



ECOLE DOCTORALE SCIENCES ET INGENIERIE
De l'université de Cergy-Pontoise

THÈSE

Présentée pour obtenir le grade de docteur de l'université de Cergy-Pontoise

Spécialité : Traitement des Images et du Signal

ANALYSE DES PERFORMANCES D'UN SYSTÈME MULTI-UTILISATEURS OFDM CODÉ SANS ACCÈS ORTHOGONAL

par

Adrien Renoult

Laboratoire des Equipes de Traitement des Images et du Signal (ETIS) - UMR 8051

Soutenue le 1 Décembre 2005 devant le jury composé de:

M. MARC CHENU-TOURNIER

Co-encadrant

M. MARC DE COURVILLE

Examineur

MME INBAR FIJALKOW

Directrice de thèse

M. CONOR HENEGHAN

Examineur

M. JEAN-FRANÇOIS HÉLARD

Président et Rapporteur

M. MICHEL TERRÉ

Rapporteur

Tout d'abord, je souhaite remercier mon jury de thèse : Jean-François Héliard pour avoir accepté de présider ce jury, Michel Terré pour sa lecture attentive du rapport et ses remarques constructives. Merci aussi à Marc de Courville et à Conor Heneghan pour leur présence et leurs remarques pertinentes.

Cette thèse n'aurait pas pu exister sans mes deux encadrants. Ma directrice de thèse Inbar qui a su m'orienter et me donner une rigueur scientifique, Marc qui a su m'inculquer un sens critique et donner l'opportunité de participer à la conduite du projet européen IST-STRIKE.

Merci à Anne, Catherine, Claude et Nicolas qui en plus de leur grande amitié ont toujours répondu à mes questions avec patience et pertinence.

Je souhaite également remercier les membres des laboratoires ETIS et SBP pour leur accueil.

Enfin je remercie Joséphine, Anne-Laure, Audrey, Bessem, Charly, Cyril, Dimitri, Heykel, Sylvain pour leur amitié et leur joie de vivre durant ces trois années studieuses.

Table des matières

1	Introduction	15
1.1	Contexte de l'étude	15
1.1.1	Besoin d'accès haut-débit urbain	15
1.1.2	Projet IST-STRIKE	16
1.2	Choix techniques	16
1.2.1	Choix de la modulation	16
1.2.2	Choix du système d'accès multiple	16
1.3	Contenu du document	17
1.3.1	Modélisation d'un système multi-utilisateurs OFDM codé	17
1.3.2	Calcul des performances analytiques de notre système	18
1.4	Contributions de l'auteur	18
1.4.1	Conférences internationales	18
1.4.2	Conférences nationales	18
1.4.3	Demande de brevet	19
2	OFDM et accès multiples	21
2.1	Introduction	21
2.2	Principes de l'OFDM	21
2.2.1	Les canaux multi-trajets	22
2.2.2	Présentation des modulations multi-porteuses orthogonales	24
2.3	Modélisation matricielle de la modulation OFDM	25
2.3.1	Dans le domaine temporel	25
2.3.2	Modulation	25
2.3.3	Effet du canal	26
2.3.4	Démodulation	27
2.3.5	Dans le domaine fréquentiel	28
2.3.6	Simplification de $\mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \mathbf{b}$	28
2.3.7	Simplification de $\mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \mathbf{H}_1 \mathbf{U} \mathbf{F}$	28
2.3.8	Modèle complet	29
2.4	Code convolutif et entrelacement	29
2.5	Accès multiple en OFDM	30
2.5.1	Les différents choix possibles	31
2.5.2	Le code	32
2.5.3	Notre choix d'accès multiple	32

2.6	Système complet	33
2.7	Conclusion	33
3	Présentation et modélisation de notre système	35
3.1	Introduction	35
3.2	Système utilisé dans le cas mono-utilisateur mono-capteur	36
3.3	Extension dans le cas multi-utilisateurs/multi-capteurs: effet des décalages en fréquences	37
3.3.1	Modélisation avec synchronisation parfaite	39
3.3.2	Effet des décalages en fréquence	42
3.4	Conclusion	47
4	Estimation des différents paramètres du système :coefficients du canal, instant de synchronisation temporel et valeur des décalages fréquentiels entre les différents utilisateurs	49
4.1	Introduction	49
4.2	Estimation de canal	50
4.2.1	Principes de l'estimateur de canal	50
4.2.2	Modélisation du canal estimé	54
4.2.3	Effet du canal estimé sur les performances du système	54
4.2.4	Performances	56
4.3	Estimation conjointe canal-décalages temporel et fréquentiel	56
4.3.1	Principe de l'estimateur conjoint	57
4.3.2	Performances	60
4.4	Conclusion	61
5	Présentation des détecteurs	63
5.1	Introduction	63
5.2	Récepteurs linéaires	64
5.2.1	Principe du MMSE	64
5.2.2	Prise en compte des décalages en fréquence	66
5.2.3	Simulations	68
5.3	Récepteurs non-linéaires	69
5.3.1	DFE	71
5.3.2	Principe du MAP	73
5.3.3	Simulations	76
5.4	Conclusion	76
6	Performances du système complet	79
6.1	Introduction	79
6.2	Codage et décodage d'un code convolutif	80
6.2.1	Description du code convolutif	80
6.2.2	Description de l'algorithme de Viterbi	82
6.3	Borne de probabilité pour les codes convolutifs	83
6.3.1	Justification des hypothèses et de la démarche	84

6.3.2	Calcul de P_d	85
6.4	Calcul des performances pour le système complet	88
6.4.1	Cas avec synchronisation fréquentielle parfaite	88
6.4.2	Cas avec décalages en fréquence	94
6.5	Conclusion	101
7	Comparaison avec le MC-CDMA	103
7.1	Introduction	103
7.2	Comment comparer?	103
7.3	Modélisation du système	105
7.4	Simulations	107
7.5	Conclusion	107
8	Conclusion et perspectives	109
8.1	Conclusion	109
8.2	Perspectives	110
A	Construction de l'estimateur MMSE	113
A.1	Introduction	113
A.2	Développement mathématique	113
A.3	Application au cas linéaire	114
A.4	Conclusion	114
B	Equivalence des performances multi-utilisateur et mono-utilisateur	117
	Bibliographie	121

Table des figures

2-1	Le canal multi-trajets	22
2-2	Schéma d'un modulateur/démodulateur OFDM	24
2-3	Schéma du système	33
3-1	Schéma de l'ensemble émetteur récepteur	37
3-2	Schéma du système complet	38
3-3	Effet des décalages en fréquences	44
4-1	Représentation des séquences d'apprentissage utilisé pour l'estimation ca- nal multi-utilisateurs	52
4-2	Organisation des canaux temporel après l'estimation	54
4-3	Dégradation des performances provoquée par l'estimation de canal	56
4-4	Dégradation des performances provoquées par l'estimation de canal	60
5-1	Performances des récepteurs linéaires	69
5-2	Effet des décalages en fréquences sur les performances du système	70
5-3	Influence du nombre de sous-porteuses voisines utilisée N_v	70
5-4	Schéma du DFE	71
5-5	Performances des récepteurs en présence de décalages en fréquences	74
5-6	Comparaison récepteur linéaire et non linéaire	77
6-1	Codeur covoluitf (5,7)	80
6-2	Treillis d'un code covoluitf (5,7)	82
6-3	Diagramme d'état d'un code covoluitf (5,7)	82
6-4	Performances mono-utilisateur non-codé CSI parfait	95
6-5	Performances mono-utilisateur codé CSI parfait	95
6-6	Performances mono-utilisateur non-codé CSI estime	96
6-7	Performances mono-utilisateur codé CSI estime	96
6-8	Performances multi-utilisateurs non codé CSI parfait	97
6-9	Performances multi-utilisateurs non codé CSI estime	97
6-10	Performances multi-utilisateurs codé CSI parfait	98
6-11	Performances multi-utilisateurs codé CSI estime	98
6-12	Performances mono-utilisateur avec décalage en fréquence	101
6-13	Performances multi-utilisateurs avec décalage en fréquence	102
7-1	Système MC-CDMA	104

7-2 Comparaison avec le MC-CDMA 108

Abréviations

BPSK	Binary Phase Shift Keying
CAN	Convertisseur Analogique Numérique
CDMA	Code Division Multiple Access
CSI	Channel State Information
DFE	Decision Feedback Equalizer
FDMA	Frequency Division Multiple Access
FFT	Fast Fourier Transform (transformée de Fourier rapide)
GSM	Global System for Mobile communications
IID	Indépendant Identiquement Distribué
QPSK	Quaternary Phase Shift Keying
LLR	Log Likelihood Ratio (log rapport de vraisemblance)
LOS	Line Of Sight (vision directe)
MAP	Maximum A Posteriori
MC-CDMA	Multi Carrier Code Division Multiple Access
MIMO	Multiple Input Multiple Output
MMSE	Minimum Mean Square Error (Minimisation de l'erreur quadratique moyenne)
MVU	Minimum Variance Unbiased (non biaisé à variance minimale)
NLOS	None Line Of Sight
IFFT	Inverse Fast Fourier Transform (transformée inverse de Fourier rapide)
ICI	Inter Carrier Interferences (interférences entre sous-porteuse)
ISI	Inter Symbol Interference (interférences entre symboles)
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
OFDMA	Orthogonal Frequency Division Multiple Access
PAPR	Peak to Average Power Ratio
PDF	Probability Density Function (fonction de densité de probabilité)
RSB	Rapport Signal sur Bruit
TDMA	Time Division Multiple Access
TEB	Taux d'Erreur Binaire
UMTS	Universal Mobile Telecommunications System

Notations

Dans toute la thèse nous considérons en lettres minuscules et maigres les valeurs scalaires, en lettres minuscules et grasses les vecteurs et en lettres majuscules et grasses les matrices. Nous notons les signaux dans le domaine temporel par $\tilde{}$ et les signaux dans le domaine fréquentiel sans rien. Nous notons les valeurs estimées par $\hat{}$.

Signal

- h Coefficients du canal
- y Signal reçu en sortie du démodulateur
- w Signal reçu en entrée du démodulateur
- x Signal emis en entrée du modulateur
- z Signal emis en sortie du modulateur
- b Bruit blanc additif Gaussien

Variables d'états du système

- t Variable temporelle continue
- k, l Variables temporelles discrètes
- f Variable fréquentielle discrète
- r Indication d'un des capteurs de réception
- t, s Indication d'un des capteurs d'émission

Variables décrivant le système

- L Nombre de coefficients du canal
- N_P Nombre de sous-porteuses
- N_C Taille du préfixe cyclique
- N_R Nombre de récepteurs
- N_T Nombre d'émetteurs
- N_v Nombre de sous-porteuses voisines pour l'estimation dans le cas avec décalage en fréquence

Fonctions et Fonctionnelles

$\mathcal{F}, \mathcal{F}^{-1}$ Transformée de Fourier discrète et son inverse définies comme la fonctionnel $x(f) = \mathcal{F}(\tilde{x}(l)) = \sum_{l=0}^{N_p-1} \exp(-i2\pi \frac{fl}{N_p}) \tilde{x}(l)$ avec $f \in [0, N_p - 1]$.

E Espérance mathématique

$*$ Convolution

T Transposition

\dagger Transposée conjuguée

\otimes Produit de Kroenecker défini par:

$$\mathbf{A} \otimes \begin{bmatrix} b_{1,1} & \cdots & b_{1,N} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{M,1} & \cdots & b_{M,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{1,1}\mathbf{A} & \cdots & b_{1,N}\mathbf{A} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{M,1}\mathbf{A} & \cdots & b_{M,N}\mathbf{A} \end{bmatrix}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Probabilité d'erreur

P_b Probabilité d'erreur bit

P_d Probabilité de choisir un mauvais chemin de distance de Hamming d du chemin correct

Chapitre 1

Introduction

1.1 Contexte de l'étude

Nous sommes actuellement de plein pied dans le monde des télécommunications. Le taux de pénétration des équipements de type GSM est très important (70% en 2003 pour la France) et le taux de pénétration des équipements d'accès haut-débit (UMTS, WiFi etc) même si il est encore faible devrait suivre la même voie. Ceci ne va pas sans poser de problèmes car les accès haut-débits sont très gourmands en bande passante. Or cette ressource étant rare les constructeurs comme les opérateurs cherchent à optimiser les équipements. Dans cette thèse nous nous intéressons aux réseaux de type WiFi et plus précisément à l'Hiperlan/2. A la différence des réseaux de type GSM les réseaux WiFi ne sont pas constitués de cellules adjacentes mais de points d'accès ayant une couverture non adjacente. Ces réseaux n'ont pas de problèmes de mobilité ni d'interférences entre cellules à gérer. Le problème principal est de pouvoir servir un nombre suffisant d'utilisateurs avec un haut débit.

Les objectifs de cette thèse portent sur deux aspects. Le premier est l'augmentation du débit total dans la cellule (Somme des débits de tous les utilisateurs). Le second est l'amélioration de la qualité de la transmission. Cette dernière est exprimée par le Taux d'Erreurs Binaires (TEB). La première point permet d'améliorer l'occupation spectrale de la bande allouée à l'opérateur. Le second permet de limiter la puissance d'émission. Et ainsi d'augmenter la durée de vie des batteries du terminal.

1.1.1 Besoin d'accès haut-débit urbain

Un des problèmes majeurs des télécommunications modernes est la mise en place de systèmes de communications haut-débit dans un environnement urbain. Typiquement une personne chez elle, dans une gare ou un aéroport. Á la différence des applications de téléphonie le problème de la mobilité et du maillage du réseau est secondaire devant le débit. Nous cherchons donc à mettre en place un système de "hot-spot" où différents lieux dissociés sont servis par un accès haut-débit. Nous n'avons donc pas d'interférences entre différentes cellules. Même si la technologie Hiperlan/2 et ses 54Mb/s peut sembler suffisante pour les besoins actuels, dans le cas de plusieurs utilisateurs simultanés et

d'applications haut-débit futures de telles performances semblent insuffisantes.

1.1.2 **Projet IST-STRIKE**

Cette thèse s'est en partie inscrite dans le cadre du projet européen IST-STRIKE. Le projet IST-STRIKE a pour but l'amélioration des réseaux Hiperman et Hiperlan/2. Pour ce faire il s'articule en deux axes principaux. Le premier est l'interfaçage des réseaux Hiperman et Hiperlan/2 au niveau de la couche IP, le second est l'amélioration des performances des réseaux sans-fil Hiperman et Hiperlan/2. Cette amélioration se fait par l'ajout de technologies multi-utilisateurs, multi-récepteurs. Cette thèse a pris place dans le cadre d'une convention CIFRE avec Thales communication.

1.2 **Choix techniques**

Afin de pouvoir autoriser facilement des haut-débits à plusieurs utilisateurs simultanément nous devons effectuer soigneusement des choix techniques. Deux éléments principaux doivent être choisis avec soin. Le premier est la modulation et le second la méthode d'accès multiple.

1.2.1 **Choix de la modulation**

Deux paramètres rentrent en ligne de compte dans le choix de la modulation. Le premier est l'environnement dans lequel le réseau fonctionne, le second les contraintes de coûts imposées aux terminaux. L'utilisation typique de notre système se fait dans un environnement intérieur. Donc nous sommes en présence d'un grand nombre de trajets multiples. Nous devons combattre ces différents trajets multiples par une méthode d'égalisation performante. Or la modulation OFDM transforme, moyennant l'ajout d'un préfixe cyclique, un canal sélectif en fréquence en un banc de canaux non sélectifs en fréquences [6]. Ainsi, l'utilisation de la modulation OFDM permet de baisser la complexité de l'égalisation de canal (en comparaison avec une égalisation classique de type Wiener ou Decision Feedback Equalizer (DFE)).

Pour conclure, au vu de l'environnement multi-trajets et de la limitation en complexité du terminal nous utiliserons la modulation OFDM. Ce choix est effectué dans les standards Hiperlan/2, Wifi, DVB-T, ...

1.2.2 **Choix du système d'accès multiple**

Le second choix technique porte sur la méthode d'accès multiple. Afin que le récepteur puisse séparer les signaux émis par les différents utilisateurs, ces derniers doivent se partager les ressources radio utiles. Ce partage peut se faire suivant trois domaines. Le temps, la fréquence et l'espace (nous traitons des séparations par code (CDMA et MC-CDMA) comme faisant partie des séparations temporelles ou fréquentielles voir chapitre 7).

Comme précédemment nous devons nous adapter à un environnement présentant des trajets multiples et un faible coût du terminal. La séparation dans le domaine spatial est

très avantageée par le grand nombre de réflexions. En effet le nombre d'utilisateurs que le système peut gérer croît linéairement avec le nombre de réflexions [17]. Les autres méthodes d'accès multiple ne sont pas avantageées par le nombre de réflexions. Un autre avantage de la séparation spatiale est que tout le travail de détection multi-utilisateurs est réalisé par la station de base en liaison montante. Nous pouvons ajouter de la séparation spatiale sans augmenter la complexité des terminaux. D'autres méthodes d'accès multiples à base d'OFDM existent comme le MC-CDMA [15, 67] ou l'OFDMA [51] cependant ces deux méthodes présentent plus de désavantages dans notre cas que la séparation spatiale. La première car elle impose une profonde modification des terminaux pour adapter cette méthode d'accès multiple. La seconde car elle s'adapte très mal à des émetteurs indépendants présentant des décalages en fréquences. Nous le verrons plus en détails dans le chapitre 3.

Ces deux raisons nous pousseront à choisir une méthode d'accès multiple basée sur la séparation spatiale, sans autre forme d'orthogonalité à l'émission cette méthode entre dans la famille du SDMA. Cependant du fait de la complexité à croissante de la détection multi-utilisateurs avec le nombre d'utilisateurs nous considérons un faible nombre d'utilisateur (typiquement ≤ 4).

1.3 Contenu du document

La thèse peut être divisée en deux axes. Le premier axe est constituée par la présentation et la modélisation de notre système ainsi pour que la simulation des performances du système en utilisant différents récepteurs linéaires et non linéaires. Nous nous intéressons en particulier à l'effet des décalages en fréquence, qui sont le plus souvent laissés de côté dans les études concernant l'OFDM, mais qui ne peuvent pas être négligées dans le cas multi-utilisateurs. Le second axe consiste à chercher les performances analytiques de notre système. En effet la méthode de simulation par Monte-Carlo a l'inconvénient de nécessiter un temps de calcul très grand et ne permet donc pas facilement l'étude et le paramétrage de tels systèmes.

1.3.1 Modélisation d'un système multi-utilisateurs OFDM codé

Dans le chapitre 2 nous explicitons la modulation OFDM. Ensuite nous présentons les différentes méthodes d'accès multiple possible en OFDM et nous nous focalisons sur la détection multi-utilisateurs par séparation spatiale. Nous présentons en même temps les inconvénients de cette méthode et ses implications sur la modélisation OFDM. Ensuite le chapitre 3 est consacré à la modélisation complète de notre système d'abord dans le cas mono-utilisateur puis dans le cas multi-utilisateurs.

Possédant un modèle de signal nous allons pouvoir alors étudier les récepteurs. Ceux-ci sont constitués de différents blocs: démodulation, estimation de canal et des décalages en fréquence, égalisation, décodage canal. Nous nous concentrons dans la fin de cet axe sur l'étude de l'estimateur et de l'égaliseur. Dans un premier temps dans le chapitre 4 présentent les différentes méthodes d'estimation de canal et de décalages en fréquences.

Ensuite nous présentons dans le chapitre 5 les performances simulées du système dans différentes configurations et pour différents égaliseurs.

1.3.2 Calcul des performances analytiques de notre système

Comme nous l'avons dit les simulations des performances demandent un temps de calcul très long. Nous cherchons à réduire la durée de la simulation et pour ceci nous calculons les performances analytiques de notre système.

Dans le chapitre 6 nous décrivons le principe du code convolutif et du calcul de ses performances et nous dérivons les performances analytiques de notre système. Nous validons ces performances analytiques avec les simulations. Nous comparons dans le chapitre 7 notre système et ses performances avec le MC-CDMA qui est envisagé dans de nombreuses applications.

1.4 Contributions de l'auteur

1.4.1 Conférences internationales

1. Analytical performance of a frequency offset multi-user multi-array system. Adrien Renoult, Inbar Fijalkow et Marc Chenu-Tournier. *MCSS*, Septembre 2005
2. On the performance of multi-transmitter coded OFDM systems. Adrien Renoult, Inbar Fijalkow et Marc Chenu-Tournier. *11th Symposium on Communication and Vehicular Technology*, Novembre 2005
3. On the performance of multi-user multi-array COFDM systems. Adrien Renoult, Inbar Fijalkow et Marc Chenu-Tournier. *IEEE SPAWC*, Juillet 2004
4. Low complexity point to multi-point links using pre-processing and OFDM transmission. Marc Chenu-Tournier, Adrien Renoult et Inbar Fijalkow. *IST-SUMMIT*, Juin 2004
5. Performance of turbo joint detection for multi-user OFDM transmissions including channel estimation. Marc Chenu-Tournier, Reza Hoshyar, Adrien Renoult, Stefan Fazel, Inbar Fijalkow et R. Tafazolli. *IST-SUMMIT*, Juin 2004
6. Multi-user transmissions for OFDM: channel estimation and performance. Adrien Renoult, Marc Chenu-Tournier et Inbar Fijalkow. *MC-SS* Septembre 2003
7. Multi-user detection for OFDM transmission in presence of frequency impairments: channel estimation and performance. Adrien Renoult, Marc Chenu-Tournier et Inbar Fijalkow. *2nd COST 273 Workshop on Broadband Wireless Local Access*, Mai 2003

1.4.2 Conférences nationales

8. TEB de système code OFDM multi-utilisateurs. Adrien Renoult, Inbar Fijalkow et Marc Chenu-Tournier. *GRETSI* Septembre 2005
9. Influence et correction des interférences dues aux décalages en fréquences décalages sur les transmissions OFDM dans un système multi-utilisateurs. Adrien Renoult, Marc Chenu-Tournier et Inbar Fijalkow. *GRETSI* Septembre 2003

10. Performances de récepteurs multi-utilisateurs dans un système OFDM avec synchronisation et estimation de canal. Adrien Renoult, Marc Chenu-Tournier et Inbar Fijalkow. *GRETSI* Septembre 2003

1.4.3 Demande de brevet

11. Procédé permettant d'augmenter la capacité d'un système de transmission utilisant des forme d'ondes. Adrien Renoult et Marc Chenu-Tournier. *Demande de brevet France* Mars 2003

Chapitre 2

OFDM et accès multiples

2.1 Introduction

Dans ce premier chapitre, nous allons chercher à poser les bases des solutions techniques choisies et étudiées durant cette thèse. Pour bien comprendre le choix de ces solutions, nous devons garder en mémoire deux choses. La première est que nous effectuons une transmission dans un milieu intérieur ou urbain, la seconde est que nous cherchons à garder un émetteur de bas coût et facilement intégrable à la norme Hiperlan/2.

La première constatation nous apprend que nous avons de nombreuses réflexions du signal radio sur les différents éléments entourant l'émetteur et le récepteur. De plus, le trajet direct entre l'émetteur et le récepteur pourra être caché (nous sommes alors dans une situation de None Line Of Sight, (NLOS)).

Deuxièmement, comme nous cherchons à obtenir un terminal peu coûteux, nous allons mettre les traitements les plus complexes dans la station de base.

Nous allons dans ce cadre séparer ce chapitre en deux sections. La première justifiant et présentant l'utilisation de la modulation OFDM. La seconde présentant les différents types d'accès multiples possibles en OFDM. Cette seconde partie justifie et présente l'utilisation de l'accès multiple par séparation spatiale, sans autre forme d'orthogonalité à l'émetteur.

2.2 Principes de l'OFDM

Commençons par une petite retrospective de la modulation OFDM. Elle débute son existence dans l'article [6]. Dans cet article, l'auteur propose d'envoyer un signal série de façon parallèle sur des sous-porteuses orthogonales. Ensuite, [66] propose d'utiliser une transformée de Fourier discrète inverse (IDFT) pour la modulation, et une transformée de Fourier discrète (DFT) pour la démodulation. [1] présente de façon novatrice son utilisation dans le cadre d'une transmission en diffusion mobile. Cette modulation est utilisée dans de nombreuses normes, DAB [11], DVB [12], HIPERLAN/2 [10], IEEE 802.11a et g. Les ouvrages [37], [55] et [23] présentent la modulation OFDM. Le premier offre une vision générale des problèmes liés à l'OFDM. Le second présente une modélisation mathématique complète de la modulation OFDM dans le chapitre "Une approche signal des systèmes

multiporteuses OFDM”. Enfin, le dernier ouvrage cherche à mettre en avant les différences entre l’OFDM et le MC-CDMA.

Nous pouvons voir que la modulation OFDM a mis du temps à être utilisée. En effet, un des buts de l’OFDM est d’égaliser le canal simplement. Ce qui va nous faire choisir la modulation OFDM est d’une part le type de canal que nous rencontrons dans notre système et d’autre part la technologie que nous pouvons utiliser. Il faudra donc que, au vu du canal et de la technologie utilisée pour implémenter l’égaliseur, la modulation OFDM soit moins coûteuse qu’une modulation série. En particulier, la transformée de Fourier et son inverse restent des opérations complexes à réaliser. Il faudra donc que le coût pour réaliser ces opérations soit plus faible que celui pour réaliser une égalisation conventionnelle. La modulation OFDM devient intéressante lorsque le couple matériel (DSP, ASIC, FPGA) et canal perçu par le récepteur est favorable à son utilisation. Citons l’article [2] qui a permis de remettre en avant la modulation OFDM.

Notre étude de l’OFDM comporte trois étapes. La première est la présentation du canal de transmission. La seconde est la présentation de la modulation multi-porteuses proprement dite. Enfin, la dernière partie exprime les besoins en termes de code convolutif.

2.2.1 Les canaux multi-trajets

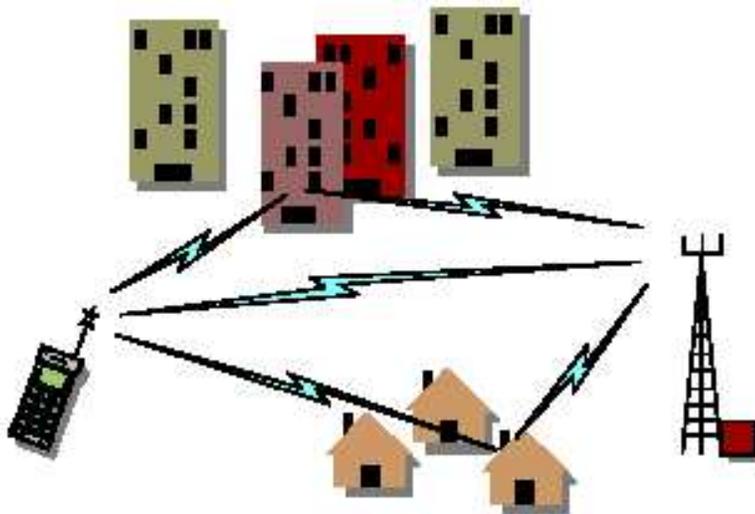


Fig. 2-1 – Principes et causes du canal à multi-trajets

Nous avons une relation entre le nombre de coefficients de la réponse temporelle discrète du canal et la corrélation entre les différents coefficients de la transformée de Fourier discrète de la réponse temporelle discrète du canal. Plus la réponse temporelle est courte, plus les coefficients de la transformée de Fourier discrète de la réponse temporelle du canal sont corrélés.

De façon duale une relation similaire existe entre l’étalement temporel de la réponse du canal et la sélectivité en fréquence du canal.

2.2.1.1 Impacts des canaux multi-trajets

Comme représenté sur la figure 2-1, la cause des multi-trajets est la réflexion sur les différents éléments environnant l'émetteur et le récepteur. Ces différentes réflexions vont provoquer des répliques du signal. Ces répliques arrivent avec un retard (à cause du trajet plus ou moins long à parcourir) et une atténuation (causée à la fois par la longueur du trajet à parcourir et par le coefficient de réflexion de la surface réfléchissante différents). Plusieurs modélisations de canal existent; l'ouvrage [5] en présente une partie.

Dans notre cas, nous choisissons une modélisation de canal présentant un nombre fini de trajets, équi-répartis dans le temps et présentant une atténuation de Rayleigh [38] de même puissance ($E(h^*(k)h(k)) = \sigma_h^2 \forall k$). Nous représentons donc le canal entre un émetteur et un récepteur comme suit:

$$\tilde{h}(t) = \sum_{k=0}^{N_C} \tilde{h}(k) \delta(t - (k-1)\tau) \quad (2.1)$$

où $N_C + 1$ est le nombre de coefficients du canal, δ est la fonction dirac, h_k est l'atténuation de Rayleigh associée au trajet k et τ est le délai entre chaque trajet.

Au récepteur, nous supposons notre échantillonnage parfait et nous modélisons le signal reçu ainsi:

$$\tilde{y}(l) = \sum_{k=0}^{N_C} \tilde{h}(k) \tilde{x}(l-k) + \tilde{b}(l) \quad (2.2)$$

où $\tilde{b}(l)$ est un bruit blanc Gaussien indépendant suivant l de moyenne nulle et de variance σ^2 . $\tilde{x}(l)$ est le signal émis au rythme symbole.

Nous voyons alors que lorsque nous voulons transmettre sur un canal à multi-trajets, chaque symbole va perturber les symboles suivants. Nous nous trouvons alors en présence d'interférences entre symboles (ISI Inter Symbol Interferences en anglais). Si elles ne sont pas combattues, ces interférences vont provoquer une dégradation et un plafonnement des performances.

2.2.1.2 Transmission sur canaux sélectifs multi-trajets

Comme évoqué ci-dessus, pour transmettre de façon optimale sur un canal multi-trajets, il faut compenser les effets du canal. Cette compensation des effets du canal s'appelle l'égalisation.

Deux approches de l'égalisation peuvent être vues. La première consiste à dire: "j'ai un certain canal, quelle égalisation peut faire le récepteur afin de récupérer de façon optimale les données transmises". La seconde est: "je connais les propriétés statistiques du canal, que peut faire l'émetteur pour simplifier le travail d'égalisation du récepteur?". En effet le problème majeur des canaux multi-trajets provient des interférences entre symboles. Si nous arrivons à supprimer ces interférences durant la modulation nous aurons grandement simplifié l'égalisation pour le récepteur. En effet, dans ce cas, l'égalisation consiste juste à inverser l'atténuation du canal. Nous allons utiliser ce second point de vue.

Une des façons de supprimer les interférences entre symboles est de ralentir la transmission, afin que les différents trajets arrivent tous en même temps (relativement à la durée

d'un symbole). Il faut donc que la durée d'un symbole (T_S) soit telle que $T_S \gg (N_C - 1) \tau$. Ceci peut sembler limiter le débit du système. Mais cette augmentation de T_S permet de réduire la bande passante du signal et ainsi de passer plusieurs transmissions en parallèle sur différentes sous-bandes (il suffit de choisir des filtres passe-bandes suffisamment étroits). Nous pouvons faire le même raisonnement en partant du domaine fréquentiel. Le canal est, dans la bande utile de l'émission, sélectif en fréquence. Pour supprimer cet effet, nous partageons notre signal en plusieurs signaux envoyés sur des sous-bandes distinctes. En choisissant des sous-bandes suffisamment étroites, nous pouvons alors considérer le canal comme non sélectif en fréquence et donc l'égalisation est dans ce cas simplifiée. Notons que pour réduire la bande d'un signal il faut augmenter sa période T_S , ce qui nous ramène au résultat du raisonnement dans le domaine temporel.

Cette solution semble très séduisante. Cependant, nous ne devons pas oublier que nous ne pourrons pas coller les différentes sous-bandes les unes aux autres. En effet, nous ne pouvons pas faire des filtres suffisamment sélectifs et nous devons donc laisser une bande de garde entre les différentes sous-bandes. Ceci va limiter l'efficacité spectrale du signal. Nous allons donc essayer d'augmenter cette efficacité spectrale en supprimant cette bande de garde.

2.2.2 Présentation des modulations multi-porteuses orthogonales

Comme nous venons de le voir précédemment, l'occupation spectrale d'une modulation sur plusieurs sous-bandes séparées n'est pas optimale. Nous allons donc tenter de résoudre cette limitation. Pour ce faire, nous allons supprimer la contrainte portant sur la séparation des sous-bandes. Dans ce cas nous considérons que les différents signaux émis ne présentent plus des spectres disjoints mais des spectres orthogonaux.

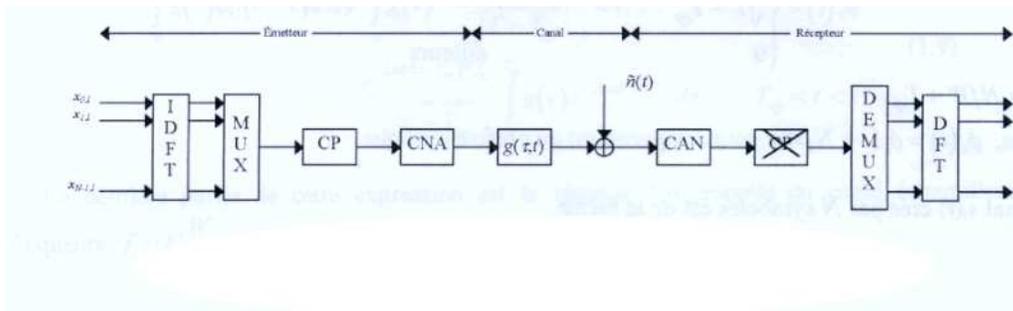


Fig. 2-2 – Schéma d'un modulateur/démodulateur OFDM

Nous savons que la transformée de Fourier discrète (et son inverse) conserve le caractère gaussien d'un signal. Donc si le bruit d'observation \tilde{b} est gaussien, sa transformée de Fourier inverse b est elle aussi gaussienne. Nous notons aussi que, comme les coefficients temporels du canal ($\tilde{h}(l)$) suivent une distribution gaussienne complexe, alors les coefficients fréquentiels du canal ($h(f)$) suivent également une distribution gaussienne avec

une fonction d'autocorrélation donnée par:

$$\begin{aligned}\gamma_h(\Delta f) &= E(h^*(f + \Delta f) h(f)) \\ &= \exp\left(j2\pi \frac{\Delta f (N_P - 1)}{N_C + 1}\right) \frac{\sin\left(2\pi \frac{\Delta f N_P}{N_C + 1}\right)}{\sin\left(2\pi \frac{\Delta f}{N_C + 1}\right)}\end{aligned}$$

2.3 Modélisation matricielle de la modulation OFDM

Nous allons maintenant développer la modélisation matricielle de la modulation OFDM. La démarche logique nous fait partir d'une modélisation temporelle complète de laquelle nous tirons une modélisation fréquentielle. Nous ne modélisons ici que la partie modulation/démodulation OFDM et l'effet du canal. Nous ne prenons pas en compte dans ce modèle ni le codage canal ni l'entrelacement.

Rappelons tout d'abord le principe de la modulation OFDM. En partant des symboles à envoyer, elle se déroule en deux parties voir figure 2-2:

1. Nous effectuons une transformée de Fourier discrète inverse pour passer du domaine fréquentiel au domaine temporel.
2. Nous ajoutons le préfixe cyclique.

Ensuite, après passage dans le canal convolutif et ajout du bruit blanc gaussien, la démodulation se fait également en deux parties:

1. Nous supprimons le préfixe cyclique.
2. Nous effectuons une transformée de Fourier discrète afin de ramener le signal reçu du domaine temporel au domaine fréquentiel.

Nous arrivons alors à deux modélisations, une dans le domaine temporel et l'autre dans le domaine fréquentiel.

2.3.1 Dans le domaine temporel

Partons donc des signaux en sortie d'entrelaceur. Ces signaux échantillonnés $\{x(f)\}_{f \in [0, N_P - 1]}$ peuvent être de n'importe quel type ceci ne change rien à la suite du problème.

2.3.2 Modulation

Commençons par stocker les signaux envoyés dans un symbole OFDM dans un vecteur colonne $\mathbf{x} = [x(0), \dots, x(N_P - 1)]^T$. Nous appellerons ce vecteur un symbole OFDM.

2.3.2.1 Transformé de Fourier inverse

Commençons par rappeler la formule de la transformée de Fourier inverse: $\tilde{x}(l) = \sum_{f=0}^{N_P-1} x(f) \exp\left(j2\pi \frac{l f}{N}\right)$ pour $l \in [0, N_P - 1]$. Pour simplifier les notations, nous supposons que les signaux dans les domaines temporel et fréquentiel sont de même taille N_P . Le cas où les deux signaux sont différents se traite très bien en remplissant avec des zéros le signal le plus petit.

Sous forme matricielle la transformée de Fourier de la séquence $\{x(f)\}_{f \in [0, N_P-1]}$ en la séquence $\{\tilde{x}(l)\}_{l \in [0, N_P-1]}$ est:

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}(0) \\ \vdots \\ \tilde{x}(l) \\ \vdots \\ \tilde{x}(N_P - 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & & 1 & \cdots & & 1 \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots \\ 1 & \cdots & & \exp\left(j2\pi\frac{(f)l}{N_P}\right) & \cdots & & \exp\left(j2\pi\frac{(N_P-1)l}{N_P}\right) \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots \\ 1 & \cdots & & \exp\left(j2\pi\frac{(f)(N_P-1)}{N_P}\right) & \cdots & & \exp\left(j2\pi\frac{(N_P-1)(N_P-1)}{N_P}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ \vdots \\ x(f) \\ \vdots \\ x(N_P - 1) \end{bmatrix}$$

Dans la suite du manuscrit, nous noterons $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & & 1 & \cdots & & 1 \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots \\ 1 & \cdots & & \exp\left(j2\pi\frac{(f)l}{N_P}\right) & \cdots & & \exp\left(j2\pi\frac{(N_P-1)l}{N_P}\right) \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots \\ 1 & \cdots & & \exp\left(j2\pi\frac{(f)(N_P-1)}{N_P}\right) & \cdots & & \exp\left(j2\pi\frac{(N_P-1)(N_P-1)}{N_P}\right) \end{bmatrix}$

et $\tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{x}(0), \dots, \tilde{x}(N_P - 1)]^T$.

2.3.2.2 Ajout du préfixe cyclique

L'étape suivante est l'ajout du préfixe cyclique de taille N_C . Cet ajout va donc nous amener d'un signal de taille N_P à un signal de taille $N_P + N_C$ et nous permettra de supprimer les effets d'un canal de taille inférieure à $N_C + 1$.

Dans la thèse nous supposons que le canal temporel est de taille $N_C + 1$. Nous ne traiterons pas le cas où le canal est plus dispersif en temps que la durée du préfixe cyclique. De plus, dans le cas où le canal est de taille inférieure à $N_C + 1$ nous remplissons le canal avec des zéros. Ainsi nous allons utiliser une matrice \mathbf{U} de taille $(N_P + N_C) \times (N_P)$ de la forme:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N_C \times (N_P - N_C)} & \mathbf{I}_{N_C} \\ & \mathbf{I}_{N_P} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Le signal à la sortie de l'émetteur étant $\tilde{\mathbf{z}}$, nous obtenons alors:

$$\tilde{\mathbf{z}} = \mathbf{U}\tilde{\mathbf{x}}$$

2.3.3 Effet du canal

Nous savons que nous sommes en présence d'un canal sélectif en fréquence. La convolution peut donc se modéliser: pour le signal échantillonné au rythme des symboles \tilde{x} par $\sum_{k=0}^{N_C} \tilde{h}(l)\tilde{z}(l-k)$.

Comme il n'y a pas d'interférences entre deux symboles OFDM successifs grâce au préfixe cyclique de taille supérieure ou égale à celle de la dispersion du canal, la convolution peut être vue comme la multiplication par une matrice carrée. Sous forme matricielle, cette

convolution correspond à la multiplication par la matrice $\tilde{\mathbf{H}}$ de taille $(N_P + N_C) \times (N_P + N_C)$ et de la forme:

$$\tilde{\mathbf{H}}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{h}(0) & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \tilde{h}(N_C) & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{h}(N_C) & \cdots & \tilde{h}(0) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

En ajoutant les effets du bruit blanc gaussien nous obtenons alors:

$$\tilde{\mathbf{w}} = \tilde{\mathbf{H}}_1 \tilde{\mathbf{z}} + \tilde{\mathbf{b}}$$

où $\tilde{\mathbf{b}}$ est un vecteur de bruit blanc gaussien indépendant de puissance σ_b^2 .

2.3.4 Démodulation

Reprenons les deux étapes de la démodulation. La première est la suppression du préfixe cyclique. La seconde partie consistera en une transformée de Fourier discrète.

2.3.4.1 Suppression du préfixe cyclique

Commençons par définir la matrice de suppression du préfixe cyclique, \mathbf{V} , de taille $(N_P) \times (N_P + N_C)$ de la manière suivante:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_{N_P} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

2.3.4.2 Transformée de Fourier

Pour finir de démoduler le signal, il ne nous reste plus qu'à prendre la transformée de Fourier du signal. Notons que $\mathbf{F}^{-1} = \mathbf{F}^\dagger$. Nous obtenons alors:

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \tilde{\mathbf{w}}$$

2.3.4.3 Modèle final

Nous pouvons alors concaténer toutes ces étapes de façon à obtenir:

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \left(\tilde{\mathbf{H}}_1 \mathbf{U} \mathbf{F} \mathbf{x} + \tilde{\mathbf{b}} \right)$$

ou encore:

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \tilde{\mathbf{H}}_1 \mathbf{U} \mathbf{F} \mathbf{x} + \mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \tilde{\mathbf{b}} \quad (2.6)$$

Nous nommerons modélisation temporelle la modélisation s'arrêtant avant la transformée de Fourier ce qui nous amène à:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{b}} \quad (2.7)$$

en notant $\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{F}\mathbf{y}$, $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\mathbf{x}$ et $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{V}\tilde{\mathbf{H}}_1\mathbf{U}$. Notons que $\mathbf{V}\tilde{\mathbf{b}}$ étant une restriction du vecteur $\tilde{\mathbf{b}}$, qui est gaussien, il est lui-même gaussien. Nous ne ferons pas de distinction de notation entre $\mathbf{V}\tilde{\mathbf{b}}$ et $\tilde{\mathbf{b}}$ et utiliserons le contexte pour séparer les deux cas. La sous-section suivante présente une simplification de $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{V}\tilde{\mathbf{H}}_1\mathbf{U}$.

$$\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{b}} \quad (2.8)$$

$$\text{avec } \tilde{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \tilde{y}(0) \\ \vdots \\ \tilde{y}(N_P - 1) \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \tilde{x}(0) \\ \vdots \\ \tilde{x}(N_P - 1) \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \tilde{b}(0) \\ \vdots \\ \tilde{b}(N_P - 1) \end{bmatrix}$$

$$\text{et } \tilde{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \tilde{h}(0) & 0 & \dots & 0 & \tilde{h}(N_C) & \dots & \tilde{h}(0) \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \tilde{h}(N_C) & & \ddots & \ddots & & \ddots & \tilde{h}(0) \\ 0 & \ddots & & \ddots & \ddots & & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \tilde{h}(N_C) & \dots & \tilde{h}(0) \end{bmatrix}$$

Cette modélisation n'est pas utilisée pour l'estimation des symboles. En effet, elle impose d'inverser la matrice $\tilde{\mathbf{H}}$ de taille $N_P \times N_P$.

2.3.5 Dans le domaine fréquentiel

Partons alors de l'équation (2.6) du modèle de signal temporel, nous allons chercher à simplifier les deux parties du modèle.

2.3.6 Simplification de $\mathbf{F}^\dagger\mathbf{V}\tilde{\mathbf{b}}$

Nous savons que $\tilde{\mathbf{b}}$ est un vecteur aléatoire gaussien de variable indépendante. Nous pouvons alors directement en déduire que $\mathbf{V}\tilde{\mathbf{b}}$, qui est une extraction de $\tilde{\mathbf{b}}$, sera également un vecteur de variables aléatoires gaussiennes indépendantes. Nous savons aussi que la transformée de Fourier (et son inverse) d'un vecteur gaussien donne un vecteur gaussien. De plus, si le nombre d'éléments dans les deux espaces sont les mêmes, alors l'indépendance du vecteur initial est gardée par la transformée de Fourier (et son inverse). Nous noterons alors $\mathbf{b} = \mathbf{F}^\dagger\mathbf{V}\tilde{\mathbf{b}}$ et en utilisant la formule de Parseval on montre que la puissance du bruit vaut $\sigma_b^2 = N_P\sigma_{\tilde{b}}^2$.

2.3.7 Simplification de $\mathbf{F}^\dagger\mathbf{V}\tilde{\mathbf{H}}_1\mathbf{U}\mathbf{F}$

Commençons par étudier la forme de la matrice $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{V}\tilde{\mathbf{H}}_1\mathbf{U}$. Nous trouvons la définition des matrices \mathbf{V} , $\tilde{\mathbf{H}}_1$ et \mathbf{U} aux équations (2.5), (2.4) et (2.3). Du fait des dimensions des matrices, nous pouvons commencer par poser le fait que $\tilde{\mathbf{H}}$ est de taille $N_P \times N_P$. De façon directe, nous pouvons alors déterminer que la forme de $\tilde{\mathbf{H}}$ est :

$$\tilde{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \tilde{h}(0) & 0 & \dots & 0 & \tilde{h}(N_C) & \dots & \tilde{h}(0) \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \tilde{h}(N_C) & & \ddots & \ddots & & \ddots & \tilde{h}(0) \\ 0 & \ddots & & \ddots & \ddots & & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \tilde{h}(N_C) & \dots & \tilde{h}(0) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

La matrice (2.9) est circulante ce qui implique qu'elle est diagonalisée par la transformée de Fourier [19].

Ceci nous donne le fait que $\mathbf{H} = \mathbf{F}^\dagger \tilde{\mathbf{H}} \mathbf{F}$ est une matrice diagonale d'ont les éléments sont ceux de la réponse en fréquence du canal. Soit $\mathbf{H} = \text{diag} \left(\{h(f)\}_{f \in [0, N_P - 1]} \right)$ avec $h(f) = \mathcal{F} \left(\tilde{h}(l) \right)$, où $\mathcal{F} \left(\tilde{h}(l) \right) = \sum_{l=0}^{N_P - 1} \exp -i2\pi \frac{fl}{N_P} \tilde{h}(l)$ avec $f \in [0, N_P - 1]$.

Les même causes et justifications que pour le vecteur \mathbf{b} gouvernent les lois de probabilité des éléments de la matrice \mathbf{H} .

2.3.8 Modèle complet

Comme $\tilde{\mathbf{H}}$ est une matrice circulante, par transformée de Fourier discrète d'ordre N_P nous obtenons le modèle équivalent:

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ \vdots \\ y(N_P - 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(0) & & \\ & \ddots & \\ & & h(N_P - 1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ \vdots \\ x(N_P - 1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b(0) \\ \vdots \\ b(N_P - 1) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Nous retrouvons donc de manière très simple l'indépendance entre les sous-porteuses et nous pouvons alors écrire le modèle (2.10) sous la forme du système d'équations:

$$\begin{cases} y(0) = h(0)x(0) + b(0) \\ \vdots \\ y(N_P - 1) = h(N_P - 1)x(N_P - 1) + b(N_P - 1) \end{cases} \quad (2.11)$$

2.4 Code convolutif et entrelacement

Comme dans tout système de communication à haut-débit, nous allons ajouter un code correcteur d'erreurs afin de faire baisser le nombre d'erreurs à un minimum admissible pour établir une transmission entre un émetteur et un récepteur. Un des aspects importants de la modulation OFDM est la possibilité que le canal d'une sous-porteuse soit nul ou très faible. Dans ce cas, tous les symboles envoyés sur cette sous-porteuse sont perdus. Ceci ne peut pas exister avec une liaison série car même si un trajet est nul, il reste les autres

trajets pour récupérer de l'information sur le signal émis. Cependant, notons que dans le cas d'un système avec codage canal, cet effet disparaît.

Le principe du codage correcteur d'erreurs est d'ajouter de la redondance et de répartir l'information d'un bit sur un grand nombre de bits. Chaque bit codé ayant alors de l'information sur un grand nombre de bits utiles. Le schéma optimal étant celui limite où tous les bits codés possèdent de l'information sur tous les bits utiles et où la longueur de la séquence de bits utiles et de bits codés tend vers l'infini. Le principe de protection se base alors sur le fait qu'une atténuation ne se produit que durant un certain délai. Donc si nous répartissons l'information d'un bit sur plusieurs, même si l'un de ces bits est "perdu", nous pouvons toujours utiliser les autres bits pour récupérer l'information utile. Nous voyons alors que nous devons faire attention à ce que les bits codés portant de l'information sur un même bit utile ne soient pas tous dans une situation de canal défavorable. Les deux systèmes présentent alors la même diversité. Une abondante littérature décrit les différents types de codes et leurs performances. Citons [4], qui traite également en annexe des codes itératifs; cependant, pour l'étude de ces codes, l'ouvrage [24] offre une vision plus approfondie et complète.

Dans notre système nous utilisons un code convolutif. Ce type de code a le double avantage d'être utilisé dans la norme HIPERLAN/2 et d'être facile à étudier. En particulier, [64] donne les performances en terme de taux d'erreurs binaires en fonction du rapport signal sur bruit, donné dans le cas d'un canal gaussien.

Dans le cas du code convolutif, les bits codés voisins les uns des autres portent de l'information sur les mêmes bits utiles. Nous devons donc mettre en place un entrelaceur envoyant sur des sous-porteuses éloignées les bits voisins de la sortie du code convolutif. Notons alors que, plus la réponse impulsionnelle du canal est étendue, plus la fonction d'autocorrélation de la réponse fréquentielle du canal est piquée. Nous devons donc dans le cas d'un canal peu dispersif en temps mettre en place un entrelaceur plus long. Nous pouvons également entrelacer les bits sur des symboles OFDM différents (en supposant que la sélectivité du canal dans le temps soit suffisante). Cependant, la taille de l'entrelaceur fait augmenter le temps de latence du système (égale à la taille de l'entrelaceur), ce qui peut être incompatible avec les contraintes du système.

En conclusion nous voyons que comme dans tout système de transmission à haut débit le codage canal et l'entrelacement sont des aspects très importants dans la conception d'un système à base de modulation OFDM. Dans le cadre de cette étude nous considérerons le cas d'un code convolutif et d'un entrelaceur parfait (nous nous plaçons dans le cas idéal où toutes les sous-porteuses de tous les symboles OFDM présentent une atténuation différente).

2.5 Accès multiple en OFDM

Dans les applications considérées, plusieurs personnes/users cherchent à communiquer les unes avec les autres simultanément. Elles doivent donc se partager la ressource de communication.

Ce partage peut se faire de façon décentralisée comme dans l'Aloha¹ [41]. Chaque utilisateur émet au moment où il en a besoin et la gestion des collisions se fait par un procédé de réémission.

La seconde manière de gérer les accès multiples est de le faire de façon centralisée. Dans ce cas une station maître va ordonnancer les émissions des différents utilisateurs. Toutes les méthodes de communication sans-fils récentes utilisent un accès centralisé. Nous devons maintenant choisir quel élément physique de la ressource radio nous allons partager.

Nota bene: il est intéressant de noter que dans tous les cas, l'entrée d'un nouveau terminal dans le réseau se fait en utilisant une méthode de type Aloha.

2.5.1 Les différents choix possibles

Le choix de la séparation de la ressource peut se faire dans quatre axes différents: le temps, l'espace, la fréquence et le code.

2.5.1.1 Le temps

La première solution pour séparer les utilisateurs est de le faire par le temps, TDMA (Time Division Multiple Access). Nous allouons à chaque utilisateur un certain nombre d'intervalles temporels (slots) dans lesquels l'utilisateur pourra transmettre ses données. Ainsi, si nous devons transmettre N_T utilisateurs nous séparons chaque trame en N_T sous-trames où les différents utilisateurs émettrons leurs données.

C'est l'accès multiple utilisé dans la norme GSM (Global System for Mobile communications) [29]. Il fixe le nombre d'utilisateurs simultanés dans une bande de fréquence (8 dans ce cas) et n'est pas très efficace en terme d'occupation des ressources. En effet, si un utilisateur n'utilise pas tous ses slots, les intervalles de temps vides sont alors perdus. De plus, le canal de transmission variant d'un instant temporel à l'autre, il risque de présenter à un instant donné une atténuation très forte.

2.5.1.2 La fréquence

La seconde solution pour séparer les utilisateurs est de leur allouer un espace fréquentiel différent. Ce partage est utilisé en FDMA (Frequency Division Multiple Access) et OFDMA (Orthogonal Frequency Division Multiple Access) [51]. Comme précédemment, nous pouvons avoir certains espaces fréquentiels ayant une très forte atténuation et dans ce cas le signal risque d'être très fortement atténué.

2.5.1.3 L'espace

Dans cette troisième approche, nous allons séparer les utilisateurs par la différence de l'amplitude de l'atténuation du canal qui sépare chaque antenne d'émission des différentes antennes de réception. Chaque utilisateur va avoir une signature spatiale qui est utilisée pour le distinguer. Cette méthode, dont les performances en terme de capacité sont

1. Terme Hawaïen qui veut dire bonjour, bienvenue...par extension c'est l'esprit et le mode de vie généreux et ouvert des passionnés de surf.

présentées dans [57], permet à fort rapport signal sur bruit d'augmenter la capacité du système linéairement avec le nombre de récepteurs. De plus, du fait de la diversité en réception, les performances en terme de taux d'erreur binaire sont grandement améliorées par rapport à un système à mono-antenne d'émission et de réception.

Certains systèmes utilisent la séparation spatiale dans une architecture MIMO (Multiple Input Multiple Output) mais dans un cadre mono-utilisateur (un seul utilisateur possède toutes les antennes d'émission). Dans ce cas, même si le débit est augmenté, il ne peut pas être distribué à plusieurs utilisateurs. Dans un accès multiple par séparation spatiale nous aurons en liaison montante un système multi-utilisateurs multi-capteurs où chaque utilisateur possède une antenne d'émission et où toutes les antennes de réception sont sur la station de base. Ce système est d'autant plus performant que nous sommes en présence de trajets multiples denses. Cette technique n'est pas encore utilisée dans un standard particulier.

2.5.2 Le code

Nous allons chercher dans ce cas à envoyer un signal où tous les utilisateurs utilisent tous les instants temporels (CDMA) ou toutes les fréquences (MC-CDMA). Notons l'article [25] qui présente une méthode d'estimation basée sur le MMSE dans le cas du MC-CDMA. Le but de ces techniques est de contrer les atténuations temporelles et fréquentielles. Afin de séparer le signal de chaque utilisateur nous lui allouons un code. Ces codes ont une fonction d'autocorrélation la plus piquée possible et des fonctions d'intercorrélations, entre les différents codes, les plus faibles possibles. Le CDMA est présent dans les normes IS-95 et UMTS (Universal Mobile Telecommunications System [56]) et est très sensible aux trajets multiples ce qui n'en fait pas un bon candidat pour notre problème. Le MC-CDMA présenté dans [15, 67] demande une modification profonde de la norme Hiperlan/2.

2.5.3 Notre choix d'accès multiple

Afin de choisir notre méthode d'accès multiple nous devons resituer notre problème dans le contexte d'utilisation. Nous sommes en présence d'un environnement avec de nombreuses réflexions et nous cherchons un faible coût du terminal. Dans le cas d'un accès multiple par répartition spatiale le nombre d'utilisateurs admissibles sur une cellule dépend du nombre de trajets du canal multi-trajets. Dans un environnement intérieur, du fait des nombreuses réflexions, cette méthode d'accès multiple sera très fortement avantageuse. De plus, elle n'implique qu'une faible modification sur le terminal et laisse toute la partie de séparation multi-utilisateurs à la charge de la station de base.

Nous allons donc transmettre les informations de manière simultanée, à la même fréquence, et sans utiliser de code pour séparer les utilisateurs. Nous utilisons la réponse du canal entre les différents utilisateurs et le récepteur pour faire la séparation entre les utilisateurs. À la réception nous effectuons la détection des symboles émis sous-porteuse par sous-porteuse. Cette détection peut se faire par un critère du maximum de vraisemblance ou par un récepteur linéaire. Nous devons aussi prendre en compte les décalages en fréquence entre les différents oscillateurs locaux. Ces décalages provoquent une perte d'orthogonalité

entre les sous-porteuses et donc des interférences entre sous-porteuses que nous étudierons dans la suite.

Nous effectuerons une comparaison avec le MC-CDMA car il constitue la référence en terme d'accès multiple en multiporteuses.

2.6 Système complet

En figure 2-3, nous avons présenté un schéma de notre système dans le cas de 2 utilisateurs.

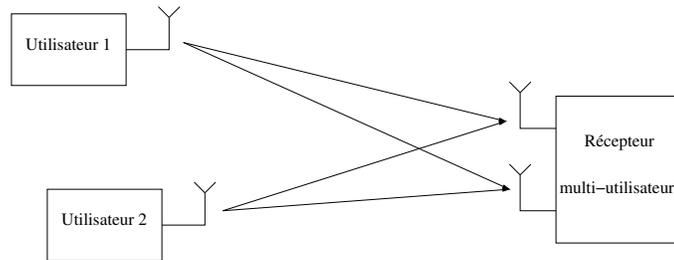


Fig. 2-3 – Schéma du système: cas 2 utilisateurs

Nous allons donc dans le reste de notre étude nous intéresser à un système multi-utilisateurs OFDM. La séparation entre les utilisateurs se fait sans accès orthogonal à l'aide des signatures spatiales des utilisateurs et pourra donc s'ajouter facilement à la norme Hiperlan/2. La norme Hiperlan/2 propose déjà un accès multiple de type TDMA. Nous nous intégrons facilement à cet accès multiple en créant plusieurs canaux parallèles indépendants. Si la station de base utilise un précodage dans la liaison descendante les terminaux ne remarqueront pas les autres utilisateurs et sembleront alors être seuls.

2.7 Conclusion

Nous avons pu dans ce chapitre justifier l'ensemble des choix techniques et leurs implications.

La modulation utilisée est l'OFDM qui permet à moindre coût de faciliter l'égalisation du canal. Cette modulation est bien adaptée à un environnement comportant de nombreuses réflexions. Cette modulation présente l'inconvénient d'être sensible aux décalages en fréquence, ces derniers étant inévitables du fait de l'indépendance entre les utilisateurs. La méthode d'accès multiple utilisée est la séparation spatiale multi-utilisateurs aux niveaux des récepteurs. Cette méthode d'accès multiple est avantageuse par un environnement comportant de nombreuses réflexions. De plus, toute la complexité de la séparation multi-utilisateurs réside dans le récepteur dans la liaison montante. Ceci permet d'atteindre l'objectif d'un émetteur à bas coût. La séparation entre utilisateurs sur le lien descendant se fait par pré-égalisation (non étudiée dans cette thèse).

Chapitre 3

Présentation et modélisation de notre système

3.1 Introduction

Nous présentons dans cette partie le système multi-utilisateurs OFDM codé avec un récepteur multi-capteurs que nous utiliserons dans la suite. Pour ce faire nous nous appuyerons sur la modélisation OFDM introduite au chapitre 2. Le but de cette modélisation est d'avoir une base commune pour comparer les performances de notre système à celle d'autres systèmes. Notons qu'aucune modélisation ne reflète complètement la réalité. En particulier nous ne prenons en compte dans ce modèle ni la quantification de la conversion analogique numérique, ni la saturation des amplificateurs de puissance intervenant du fait du grand PAPR (Peak to Average Power Ratio) de la modulation OFDM. De plus, nous modélisons le canal de façon très simple. Dans la suite du chapitre nous compléterons ce modèle en tenant compte des décalages en fréquence qui sont présents dans le cas multi-utilisateurs.

Dans une première section, nous présentons le type d'émetteur et de récepteur utilisé dans un cas mono-utilisateur mono-capteur. Notre émetteur est constitué de trois parties, un codeur de canal, un entrelaceur et enfin un modulateur OFDM. Le récepteur se compose quant à lui d'un démodulateur OFDM, d'un estimateur de canal, d'un désentrelaceur et d'un décodeur canal.

Ensuite, nous étendons notre système dans un cas multi-utilisateurs multi-capteurs. Dans une première sous-section, en utilisant la même démarche que dans le chapitre 2, nous présentons le modèle temporel dont nous dérivons le modèle fréquentiel. Ensuite, nous présentons dans une seconde sous-section la modélisation des problèmes qui surviennent du fait de la spécificité des systèmes multi-utilisateurs: les décalages en fréquence. Ces décalages sont causés par l'indépendance des oscillateurs locaux et provoquent des interférences entre les sous-porteuses.

3.2 Système utilisé dans le cas mono-utilisateur mono-capteur

Dans le chapitre précédent nous avons pu modéliser l'effet de l'ensemble: modulation OFDM, canal multitrajets et démodulation OFDM. Nous obtenons alors en l'absence de décalage en fréquence un modèle dans le domaine fréquentiel de la forme:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{b} \quad (3.1)$$

Les différents éléments de ce modèle sont:

- \mathbf{y} : le signal reçu sur les N_p sous-porteuses. Le seul élément qui peut être observé directement par le récepteur.
- \mathbf{H} : la matrice diagonale de taille $N_p \times N_p$ comportant les coefficients de Rayleigh du canal dans le domaine fréquentiel. Ces coefficients sont obtenus à partir de $N_c + 1$ coefficients de la réponse impulsionnelle du canal dans le domaine temporel.
- \mathbf{x} : les symboles émis. Ils sont construits à partir des bits émis grâce à un codage, et suivent une constellation à éléments finis (BPSK, QPSK etc...).
- \mathbf{b} : le bruit blanc gaussien de matrice de covariance $\sigma_b^2 \mathbf{I}$.

Le but final d'un système de communication est de retrouver les bits émis sans erreurs. [18, 54] donnent une démonstration de cette possibilité et pour ce faire nous devons ajouter une redondance dans le signal. En effet, si nous prenons la modélisation (3.1) nous aurons des situations où le canal est "mauvais" et des cas où le bruit est très fort. Dans ces conditions, la réception du signal est alors impossible. Nous allons ajouter une redondance et un entrelacement afin que chaque bit que nous voulons alors émettre soit présent dans tous les symboles émis. Si de plus nous supposons que les séquences de bits sont infinies, nous obtenons alors que la méthode optimale pour décoder les bits émis est la suivante.

Il s'agit de calculer pour chaque séquence émise possible la probabilité moyenne (selon les différentes réalisations du bruit et du canal si celui-ci est inconnu) d'avoir été émise. Ensuite nous choisissons, comme estimée de la séquence émise, celle ayant la probabilité maximale. Cette solution a le défaut d'être très complexe. Nous allons la simplifier suivant deux axes. Le premier en considérant des séquences de taille finie. Cette simplification nous empêchera d'atteindre un taux d'erreur binaire nul. La seconde simplification est de séparer la détection des bits utiles en trois parties: l'estimateur des coefficients du canal, l'estimation des bits codés et enfin la détection des bits utiles. Ceci aura pour conséquence une baisse des performances.

Résumons maintenant l'organisation de l'ensemble émetteur récepteur mono-utilisateur. L'émetteur comportera alors deux parties:

1. L'ajout des bits de redondance (et entrelacement) et des bits du préambule aux bits émis.
2. La modulation de l'ensemble de ces bits puis l'émission sur le canal.

Ensuite, après passage dans un canal convolutif et ajout de bruit blanc gaussien, nous séparons le traitement des symboles reçus en quatre parties:

1. La démodulation du signal reçu.
2. L'estimation des coefficients fréquentiels du canal et de la synchronisation temporelle et fréquentielle. Nous obtenons alors une estimée de \mathbf{H} .
3. L'estimation des symboles émis.
4. La détection à partir de l'estimée des symboles émis des bits émis.

Chacun de ces blocs passe une information souple afin de minimiser les pertes d'information. Figure 3-1 nous trouvons un schéma représentatif complet de l'émetteur et du récepteur, dans un cas mono-utilisateur mono-capteur, que nous utilisons.

Nous avons donc pu présenter les différentes parties de notre système. Nous allons par la suite rappeler le principe de la modulation OFDM dans un cas mono-utilisateur mono-capteur puis étendre le modèle dans le cas multi-utilisateurs multi-capteurs. Les différentes méthodes d'estimation de canal sont étudiées dans le chapitre 4. Le chapitre 6 étudie un principe de codage canal: le code convolutif.

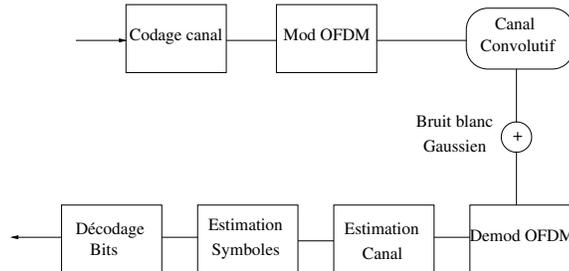


Fig. 3-1 – Schéma de l'ensemble émetteur/récepteur dans un cas mono-utilisateur/mono-capteur

3.3 Extension dans le cas multi-utilisateurs/multi-capteurs: effet des décalages en fréquences

Nous nous intéressons dans cette section à l'extension du modèle précédent dans un cas multi-utilisateurs/multi-capteurs. Dans ce cas nous serons en présence de décalages en fréquence du fait de l'indépendance entre les différents oscillateurs locaux.

Nous n'avons pas de changement d'organisation entre les émetteurs dans un cas mono et multi-utilisateurs. Le récepteur est alors constitué d'un récepteur multi-utilisateurs. Afin de ne pas trop réduire les performances, nous choisissons d'estimer les éléments nécessaires de manière conjointe à tous les utilisateurs. Ainsi, le récepteur estime les différents paramètres du canal de façon conjointe pour tous les utilisateurs. Ensuite, l'estimation des symboles émis se fait également de façon conjointe pour tous les utilisateurs. L'étape de décodage des bits émis se fait de manière indépendante pour tous les utilisateurs. Sur la figure 3-2 nous trouvons un schéma du système multi-utilisateurs utilisé.

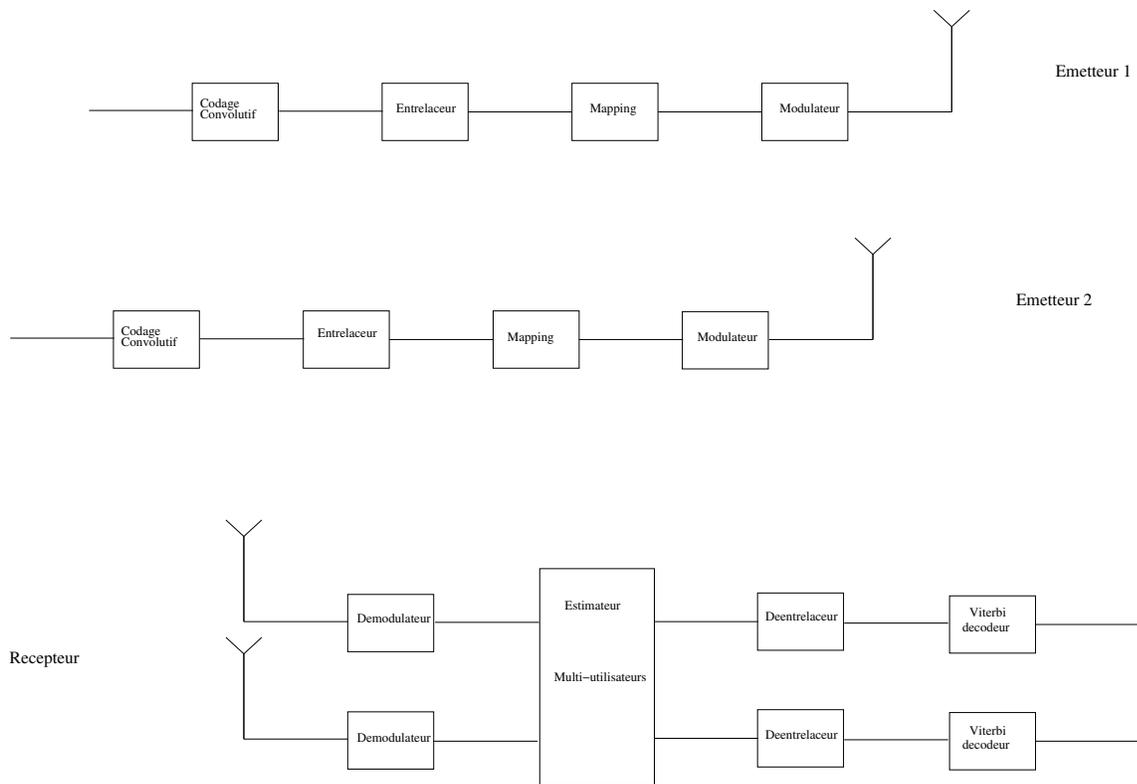


Fig. 3-2 – Schéma du système multi-utilisateurs complet dans un cas deux utilisateurs deux récepteurs

Nous avons donc à étendre la modélisation de l'ensemble modulation OFDM, effet du canal puis démodulation OFDM. Pour faire cette extension nous traitons le cas sans décalage en fréquence dans un premier temps. Ensuite dans une seconde sous-section nous étudions le cas plus complexe mais plus réaliste de la modélisation avec décalages en fréquence. Ce phénomène implique la destruction de l'orthogonalité entre les sous-porteuses. Dans tous les cas nous supposons une quasi synchronisation temporelle qui impose aux trajets de tous les utilisateurs d'arriver dans un intervalle de temps inférieur à la durée du préfixe cyclique.

3.3.1 Modélisation avec synchronisation parfaite

Dans le cas d'une synchronisation parfaite, nous devons ajouter deux choses au modèle mono-utilisateur mono-capteur. La première est la présence de plusieurs capteurs de réception, la seconde est la présence de plusieurs émetteurs indépendants. Ces deux aspects du système vont augmenter la taille de la matrice de canal. L'augmentation du nombre de lignes est provoqué par l'augmentation du nombre de capteurs de réception et l'augmentation du nombre de colonnes a pour cause l'augmentation du nombre d'émetteurs. Deux types d'organisations des données dans les matrices et vecteurs peuvent être utilisées dans le cas multi-utilisateurs. Soit nous concaténons les différents utilisateurs (récepteurs) ensemble par sous-porteuse, soit nous concaténons ensemble les sous-porteuses par utilisateur et récepteur.

Nous utilisons la règle typographique suivante: les éléments en police normale (comme ca) ont une concaténation commençant par les instants temporels et les sous-porteuses et les autres éléments en italique (*comme ci*) ont une concaténation commençant par les utilisateurs ou récepteurs. Pour faciliter la compréhension prenons les exemples suivants. Pour le signal émis, classé par utilisateur, on a:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \tilde{x}(0, 1) \\ \vdots \\ \tilde{x}(N_p - 1, 1) \\ \tilde{x}(0, 2) \\ \vdots \\ \tilde{x}(N_p - 1, N_T) \end{bmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x(0, 1) \\ \vdots \\ x(N_p - 1, 1) \\ x(0, 2) \\ \vdots \\ x(N_p - 1, N_T) \end{bmatrix}$$

Celui classé par porteuse donne:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \tilde{x}(0, 1) \\ \vdots \\ \tilde{x}(0, N_T) \\ \tilde{x}(1, 1) \\ \vdots \\ \tilde{x}(N_p - 1, N_T) \end{bmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x(0, 1) \\ \vdots \\ x(0, N_T) \\ x(1, 1) \\ \vdots \\ x(N_p - 1, N_T) \end{bmatrix}$$

3.3.1.1 Modélisation dans le domaine temporel

Commençons par modéliser le système dans le domaine temporel. Cette modélisation se fait en deux étapes. Nous commençons par modéliser un système mono-utilisateur multi-capteurs puis nous étendons cette modélisation vers un système multi-utilisateurs multi-capteurs.

3.3.1.1.1 Passage à une architecture à plusieurs capteurs de réceptions Partons de la modélisation (2.6) et étendons la au cas multi-capteurs. Nous arrivons alors à un système linéaire de la forme:

$$\begin{cases} \mathbf{y}(1) = \mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \tilde{\mathbf{H}}_1(1) \mathbf{U} \mathbf{F} \mathbf{x} + \mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \tilde{\mathbf{b}}(1) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(N_R) = \mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \tilde{\mathbf{H}}_1(N_R) \mathbf{U} \mathbf{F} \mathbf{x} + \mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \tilde{\mathbf{b}}(N_R) \end{cases} \quad (3.2)$$

où $\mathbf{y}(r)$ est le signal reçu, $\tilde{\mathbf{H}}_1(r)$ est la réalisation du canal temporel et $\tilde{\mathbf{b}}(r)$ est le bruit additif blanc gaussien dans le domaine temporel pour $r = 1, \dots, N_R$. Nous allons alors concaténer les différents signaux reçus et les différentes matrices de canal du système (3.2) au sein d'une même matrice telle que:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}(1) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(N_R) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \tilde{\mathbf{H}}_1(1) \mathbf{U} \mathbf{F} \mathbf{x} \\ \vdots \\ \mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \tilde{\mathbf{H}}_1(N_R) \mathbf{U} \mathbf{F} \mathbf{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \tilde{\mathbf{b}}(1) \\ \vdots \\ \mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \tilde{\mathbf{b}}(N_R) \end{bmatrix}$$

Nous pouvons alors exprimer cette formulation matricielle sous la forme:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}(1) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(N_R) \end{bmatrix} = \mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \otimes \mathbf{I}_{N_R} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_1(1) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{H}}_1(N_R) \end{bmatrix} \mathbf{U} \mathbf{F} \mathbf{x} + \mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \otimes \mathbf{I}_{N_R} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{b}}(1) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{b}}(N_T) \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

3.3.1.1.2 Passage à une architecture à plusieurs capteurs de réception et plusieurs utilisateurs Nous allons ensuite ajouter la présence de plusieurs utilisateurs. Nous modifions chaque équation du système (3.2) et nous obtenons alors des équations du type:

$$\mathbf{y}(r) = \mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \left[\tilde{\mathbf{H}}_1(r, 1) \cdots \tilde{\mathbf{H}}_1(r, N_T) \right] \begin{bmatrix} \mathbf{U} \mathbf{F} \mathbf{x}(1) \\ \vdots \\ \mathbf{U} \mathbf{F} \mathbf{x}(N_T) \end{bmatrix} + \mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \tilde{\mathbf{b}}(1)$$

pour chaque $r = 1, \dots, N_R$.

En regroupant les signaux reçus par les différents capteurs dans une même matrice, nous arrivons à la formulation du système sous la forme:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}(1) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(N_R) \end{bmatrix} = ((\mathbf{F}^\dagger \mathbf{V}) \otimes \mathbf{I}_{N_R}) \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_1(1,1) & \cdots & \tilde{\mathbf{H}}(1, N_T) \\ \vdots & & \vdots \\ \tilde{\mathbf{H}}_1(N_R,1) & \cdots & \tilde{\mathbf{H}}(N_R, N_T) \end{bmatrix} ((\mathbf{U}\mathbf{F}) \otimes \mathbf{I}_{N_T}) \begin{bmatrix} \mathbf{x}(1) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(N_T) \end{bmatrix} \\ + (\mathbf{F}^\dagger \mathbf{V}) \otimes \mathbf{I}_{N_R}) \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{b}}(1) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{b}}(N_R) \end{bmatrix}$$

Nous notons, en utilisant les règles typographiques présentées au début de la section, les éléments précédents de la manière suivante:

$$\begin{aligned} - \mathbf{x} &= [\mathbf{x}^T(1) \cdots \mathbf{x}^T(N_T)]^T \\ - \mathbf{y} &= [\mathbf{y}^T(1) \cdots \mathbf{y}^T(N_R)]^T \\ - \tilde{\mathbf{b}} &= [\tilde{\mathbf{b}}^T(1) \cdots \tilde{\mathbf{b}}^T(N_R)]^T \\ - \tilde{\mathbf{H}}_1 &= \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_1(1,1) & \cdots & \tilde{\mathbf{H}}_1(1, N_T) \\ \vdots & & \vdots \\ \tilde{\mathbf{H}}_1(N_R,1) & \cdots & \tilde{\mathbf{H}}_1(N_R, N_T) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ce qui nous permet d'obtenir le modèle:

$$\mathbf{y} = ((\mathbf{F}^\dagger \mathbf{V}) \otimes \mathbf{I}_{N_R}) \tilde{\mathbf{H}}_1 ((\mathbf{U}\mathbf{F}) \otimes \mathbf{I}_{N_T}) \mathbf{x} + ((\mathbf{F}^\dagger \mathbf{V}) \otimes \mathbf{I}_{N_R}) \tilde{\mathbf{b}} \quad (3.4)$$

Nous allons noter $\tilde{\mathbf{y}} = (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_R}) \mathbf{y}$, $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_R} \mathbf{x}$ et $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{V} \otimes \mathbf{I}_{N_R} \tilde{\mathbf{H}}_1 \mathbf{U} \otimes \mathbf{I}_{N_T}$ de façon à obtenir:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{b}} \quad (3.5)$$

où $\tilde{\mathbf{y}}$, $\tilde{\mathbf{H}}$, $\tilde{\mathbf{x}}$ et $\tilde{\mathbf{b}}$ représentent, durant les N_p instants temporels, respectivement le vecteur des signaux reçus par les N_R récepteurs, les coefficients du canal, le signal émis par les N_T émetteurs et le bruit blanc gaussien. Comme pour le passage de l'équation (2.6) à l'équation (2.7), nous supposons équivalentes les distributions de $\tilde{\mathbf{b}}$ et $\mathbf{V} \otimes \mathbf{I}_{N_R} \tilde{\mathbf{b}}$. Nous voyons qu'en partant du modèle (3.5) et en posant $N_R = 1$ et $N_T = 1$ nous retrouvons bien sur le modèle de (2.8).

3.3.1.2 Modélisation dans le domaine fréquentiel

Nous savons que la matrice représentant les effets du canal \mathbf{H} est:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= ((\mathbf{F}^\dagger \mathbf{V}) \otimes \mathbf{I}_{N_R}) \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}(1,1) & \cdots & \tilde{\mathbf{H}}(1, N_T) \\ \vdots & & \vdots \\ \tilde{\mathbf{H}}(N_R,1) & \cdots & \tilde{\mathbf{H}}(N_R, N_T) \end{bmatrix} ((\mathbf{U}\mathbf{F}) \otimes \mathbf{I}_{N_T}) \quad (3.6) \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \tilde{\mathbf{H}}(1,1) \mathbf{U}\mathbf{F} & \cdots & \mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \tilde{\mathbf{H}}(1, N_T) \mathbf{U}\mathbf{F} \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \tilde{\mathbf{H}}(N_R,1) \mathbf{U}\mathbf{F} & \cdots & \mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \tilde{\mathbf{H}}(N_R, N_T) \mathbf{U}\mathbf{F} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Nous observons donc que la matrice du canal est bloc et que chacun de ses blocs est diagonal et de la forme:

$$\mathbf{F}^\dagger \mathbf{V} \tilde{\mathbf{H}}(r, t) \mathbf{U} \mathbf{F} = \mathbf{H}(r, t) = \begin{bmatrix} h(r, t, 0) & & \\ & \ddots & \\ & & h(r, t, N_p - 1) \end{bmatrix}$$

et nous calculons chacun des coefficients ($h(r, t, f)$) par transformée de Fourier discrète des éléments du canal temporel entre les différents couples émetteur récepteur sous l'hypothèse de quasi-synchronisme, i.e l'ensemble des trajets de l'ensemble des utilisateurs arrivent dans un délai inférieur à la longueur du préfixe cyclique. Nous pouvons alors facilement présenter notre modèle sous la forme d'un système linéaire par porteuse:

$$\begin{cases} \mathbf{y}(0) = \mathbf{H}(0)\mathbf{x}(0) + \mathbf{b}(0) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(N_p - 1) = \mathbf{H}(N_p - 1)\mathbf{x}(N_p - 1) + \mathbf{b}(N_p - 1) \end{cases} \quad (3.7)$$

où chaque $\mathbf{H}(l)$ est une matrice de taille $N_R \times N_T$ qui n'a pas de structure particulière, $k = 0, \dots, N_p - 1$.

En notant: $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(0) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(N_p - 1) \end{bmatrix}$, $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(0) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(N_p - 1) \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}(0) \\ \vdots \\ \mathbf{b}(N_p - 1) \end{bmatrix}$ et $\mathbf{H} =$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}(0) & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{H}(N_p - 1) \end{bmatrix}$$

Nous obtenons le modèle:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{b} \quad (3.8)$$

Nous avons obtenu un modèle complet dans le domaine temporel et fréquentiel pour le cas multi-utilisateurs multi-capteurs. Cependant, nous n'avons pas encore modélisé un effet majeur des systèmes multi-utilisateurs: les décalages en fréquence.

3.3.2 Effet des décalages en fréquence

Dans cette sous-section, nous allons modéliser l'effet des décalages en fréquence [35]. En effet, l'indépendance des oscillateurs locaux empêche d'avoir une fréquence identique pour tous les émetteurs. Ceux-ci vont alors avoir des décalages en fréquence notés Δf_t par rapport à la fréquence porteuse commune où t est l'indice de l'émetteur. Ces décalages sont supposés indépendants pour chaque émetteur.

Nous modélisons l'effet des décalages en fréquence en sortie de modulateur par la multiplication dans le domaine temporel du signal émis par $\exp\left(j2\pi \frac{\Delta f_t l}{N_p}\right)$, où l est l'instant temporel considéré. Comme les décalages en fréquence vont être différents pour chaque utilisateur, nous ne pouvons pas modéliser leur effet comme une multiplication matricielle

du signal émis à un des points du système présenté par le système d'équation (3.7). Le seul cas où nous pouvons faire cette modélisation est lorsque les différents émetteurs ont des décalages en fréquence identiques.

Nous reprenons la démarche de l'article [44] pour décrire les effets des décalages en fréquence. C'est-à-dire que nous commençons par traiter le cas d'une seule sous-porteuse active. Ensuite, nous passons au cas multi-porteuses, mono-utilisateur mono-capteur. Enfin, nous étendons au cas multi-utilisateurs multi-récepteurs.

3.3.2.1 Cas mono-utilisateur avec décalage en fréquence

3.3.2.1.1 Cas mono-porteuse Commençons par trouver l'influence d'un décalage en fréquence dans un cas mono-utilisateur mono-porteuse.

Soit la sous-porteuse $f_e \in [0, N_p - 1]$. Après la transformée de Fourier discrète inverse, le signal temporel émis par la sous-porteuse f_e sera de la forme:

$$\tilde{x}(l) = x(f_e) \exp j2\pi \frac{f_e l}{N_p} \quad l \in [0, N_p - 1] \quad (3.9)$$

Nous modélisons alors l'effet du décalage en multipliant par le terme $\exp\left(j2\pi \frac{\Delta f l}{N_p}\right)$ où Δf représente le décalage temporel entre l'émetteur et le récepteur. Nous prendrons alors la transformée de Fourier discrète de l'ensemble des échantillons reçus pour nous ramener au signal reçu en absence de bruit et autre effet du canal.

$$\begin{aligned} y(f_r) &= \sum_{l=0}^{N_p-1} \tilde{x}(l) \exp\left(j2\pi \frac{\Delta f l}{N_p}\right) \exp\left(-j2\pi \frac{f_r l}{N_p}\right) \\ &= x(f_e) \exp j\pi(f_e + \Delta f - f_r) \left(1 - \frac{1}{N_p}\right) \frac{\sin\left(\pi(f_e + \Delta f - f_r)\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{N_p}(f_e + \Delta f - f_r)\right)} \end{aligned} \quad (3.10)$$

avec $f_e \in [0, N_p - 1]$ représentant les différentes sous-porteuses d'émission et $f_r \in [0, N_p - 1]$ représentant les différentes sous-porteuses de réception. Le passage entre les deux lignes se fait en considérant la première équation comme une suite géométrique de raison $\exp j2\pi \frac{f_e + \Delta f - f_r}{N_p}$.

Dans le cas de $\Delta f = 0$, $f_e - f_r$ est entier et $y(f_r)$ se réduit à $x(f_e)$ pour $f_r = f_e$ et à 0 si $f_r \neq f_e$. Nous voyons alors le problème se dessiner. En effet la sous-porteuse f_e de l'émetteur ne vas pas simplement influencer la sous-porteuse $f_r = f_e$ au récepteur mais également toute les autres sous-porteuses du récepteur.

Nous voyons sur la figure 3-3 l'effet du décalage en fréquence sur les interférences entre les sous-porteuses. L'axe des abscisses est gradué en quantité de décalage en fréquence (Δf). Nous remarquons que l'effet du décalage en fréquence s'annule pour toutes les valeurs entières. En effet, dans ce cas, ceci revient à décaler l'ensemble des sous-porteuses sans avoir d'interférences entre les sous-porteuses.

3.3.2.1.2 Cas multi-porteuses Étendons notre système à un ensemble multi-porteuses. L'équation (3.9) devient $\tilde{x}(l) = \sum_{f_e=0}^{N_p} x(f_e) \exp j2\pi \frac{f_e l}{N_p}$ toujours avec $l \in [0, N_p - 1]$. En

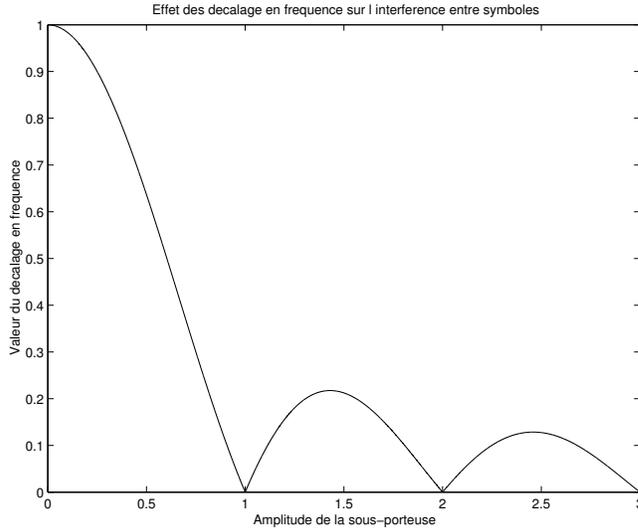


Fig. 3.3 – Effet des décalages en fréquence sur l'interférence entre sous-porteuses.

réutilisant (3.10) nous obtenons alors dans le cas multi-porteuses un signal démodulé de la forme:

$$y(f_r) = \sum_{f_e=0}^{N_p-1} x(f_e) \exp j\pi(f_e + \Delta f - f_r) \left(1 - \frac{1}{N_p}\right) \frac{\sin(\pi(f_e + \Delta f - f_r))}{\sin\left(\frac{\pi}{N_p}(f_e + \Delta f - f_r)\right)} \quad (3.11)$$

Nous voyons que les sous-porteuses ne sont plus indépendantes les unes des autres mais qu'elles sont reliées par une relation linéaire de paramètre le décalage en fréquence.

3.3.2.2 Cas multi-utilisateurs multi-récepteurs

Comme l'effet du canal des utilisateurs et des décalages en fréquence sont linéaires, nous pouvons facilement ajouter ces effets dans un système multi-utilisateurs multi-capteurs. Nous obtenons alors pour la relation entrée sortie du système la relation linéaire suivante:

$$y(f_r, r) = \sum_{f_e=0}^{N_p-1} \sum_{t=1}^{N_T} h(f_e + \Delta f_t, t, r) \exp j\pi(f_e - \Delta f_t + f_r) \left(1 - \frac{1}{N_p}\right) \frac{\sin(\pi(f_e + \Delta f_t - f_r))}{\sin\left(\frac{\pi}{N_p}(f_e + \Delta f_t - f_r)\right)} x(f_e, t) \quad (3.12)$$

Ajoutons ensuite le bruit blanc gaussien du système et nous pouvons écrire l'ensemble sous la forme matricielle:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{b} \quad (3.13)$$

Nous utilisons alors les notations:

- $\mathbf{y} = [y(0, 1), \dots, y(0, N_R), y(1, 1) \dots, y(N_P - 1, N_R)]^T$
- $\mathbf{x} = [x(0, 1), \dots, x(0, N_T), x(1, 1) \dots, x(N_P - 1, N_T)]^T$

- $\mathbf{b} = [b(0, 1), \dots, b(0, N_R), b(1, 1) \dots, b(N_P - 1, N_R)]^T$
- \mathbf{H} matrice de taille $N_R N_p \times N_T N_p$ telle que:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(0, 0) & \cdots & \mathbf{H}(N_p - 1, 0) \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{H}(0, N_p - 1) & \cdots & \mathbf{H}(N_p - 1, N_p - 1) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

où $\mathbf{H}(f_e, f_r)$ est la matrice de canal de taille $N_R \times N_T$ entre la sous-porteuse d'émission f_e et la sous-porteuse de réception f_r . Chacune de ces matrices étant de la forme:

$$\mathbf{H}(f_e, f_r) = \begin{bmatrix} g(f_e, f_r, 1, 1) & \cdots & g(f_e, f_r, N_T, 1) \\ \vdots & & \vdots \\ g(f_e, f_r, 1, N_R) & \cdots & g(f_e, f_r, N_T, N_R) \end{bmatrix}$$

où $g(f_e, f_r, t, r) = h(f_e + \Delta f_t, t, r) \exp j\pi(f_e + \Delta f_t - f_r)(1 - \frac{1}{N_p}) \frac{\sin(\pi(f_e + \Delta f_t - f_r))}{\sin(\frac{\pi}{N_p}(f_e + \Delta f_t - f_r))}$
inclue les décalages en fréquence.

Nous pouvons alors faire la différence avec le cas sans décalage en fréquence. Dans le cas sans décalage en fréquence l'équation (3.14) est définie comme étant bloc diagonale. Dans le cas sans décalage en fréquence, les blocs de la diagonale ont une puissance supérieure à ceux de la matrice canal avec décalage en fréquence, cependant la puissance totale de la matrice canal reste constante.

3.3.2.3 Récepteur disjoint dans le cas avec décalages en fréquence

Ainsi, si dans le cas avec décalages en fréquence nous estimons conjointement les symboles émis sur l'ensemble des sous-porteuses, il ne devrait pas y avoir de perte de performances par rapport au cas sans décalage en fréquence. Cependant, comme cette méthode d'estimation est extrêmement complexe nous estimons la valeur envoyée sur chaque sous-porteuse de manière indépendante.

Nous subissons alors un double effet. Le premier est la diminution de la puissance du signal utile. Le second est l'effet des interférences dues aux autres sous-porteuses. Ces deux effets provoquent une dégradation du rapport signal sur bruit et un plafonnement de celui-ci. En effet, les interférences entre les sous-porteuses ne dépendent pas du bruit blanc gaussien et ne baisseront donc pas lorsque ce dernier chutera.

En résumé, dans le cas de décalages en fréquence Δf_t pour chaque utilisateur nous obte-

nous pour la sous-porteuse de réception f_r une modélisation de la forme:

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\mathbf{y}(f_r)}_{\text{signal recus}} &= \underbrace{\sum_{t=1}^{N_T} x(f_r, t) \mathbf{h}(f_r + \Delta f_t, t) \frac{\sin(\pi(\Delta f_t))}{\sin(\frac{\pi}{N_p}(\Delta f_t))}}_{\text{Signal correspondant à la sous-porteuse d'intérêt}} + \\
 \underbrace{\sum_{t=1}^{N_T} \sum_{\substack{f_e=0 \\ f_e \neq f_r}}^{N_p-1} x(f_e, t) \mathbf{h}(f_e + \Delta f_t, t) \frac{\sin(\pi(f_r + \Delta f_t - f_e))}{\sin(\frac{\pi}{N_p}(f_r + \Delta f_t - f_e))}}_{\text{Interférences des autres sous-porteuses}} &+ \underbrace{\mathbf{b}(f_r)}_{\text{Bruit blanc thermique}}
 \end{aligned}$$

Nous avons dans ce modèle séparé le signal reçu en trois parties.

1. Le signal correspondant à la sous-porteuse d'intérêt.
2. Les interférences dues aux autres sous-porteuses.
3. Le bruit blanc thermique gaussien.

Comme le laisse penser le choix du vocabulaire nous considérons le premier élément du modèle comme le signal utile et les deux éléments suivants comme du bruit. Nous allons maintenant modéliser le système sous la forme $\mathbf{y}(f_r) = \sum_{t=1}^{N_T} \alpha(t) \mathbf{h}(f_r, t) x(f_r, t) + \mathbf{n}(f_r)$ et caractériser ces différents éléments.

3.3.2.4 Caractérisation du signal et du bruit

Nous savons que $\mathbf{h}(f_r, t)$ est de distribution de Rayleigh. Donc, $\mathbf{h}(f_r + \Delta f_t, t)$, qui correspond à la multiplication par une exponentielle complexe dans le domaine temporel, suivra également une distribution de Rayleigh de mêmes caractéristiques. Nous noterons donc $\mathbf{h}(f_r, t)$ à la place de $\mathbf{h}(f_r + \Delta f_t, t)$.

Caractérisons maintenant le bruit:

$$\mathbf{n}(f_r) = \sum_{t=1}^{N_T} \sum_{\substack{f_e=0 \\ f_e \neq f_r}}^{N_p-1} x(f_e, t) \mathbf{h}(f_e, t) \frac{\sin(\pi(f_r + \Delta f_t - f_e))}{\sin(\frac{\pi}{N_p}(f_r + \Delta f_t - f_e))} + \mathbf{b}(f_r).$$

Nous allons prouver que ce signal est un bruit blanc gaussien de puissance $\sum_{t=1}^{N_T} \left(1 - \left(\frac{\sin(\pi(\Delta f_t))}{\sin(\frac{\pi}{N_p}(\Delta f_t))} \right)^2 \right) +$

σ^2 . Nous savons par définition que $\mathbf{b}(f_r)$ et $\mathbf{h}(f_r, t) \forall f_r, t$ sont gaussiens. Donc $\mathbf{n}(f_r)$ en tant que la somme de processus gaussiens sera également gaussien. Il est alors immédiat de calculer la puissance de $\mathbf{n}(f_r)$ en utilisant le fait que $\sum_{f_e=0}^{N_p-1} \left(\frac{\sin(\pi(f_r + \Delta f_t - f_e))}{\sin(\frac{\pi}{N_p}(f_r + \Delta f_t - f_e))} \right)^2 = 1$.

La variance de $\mathbf{n}(f_r)$ est donc indépendante de f_r et est égale à:

$$\sigma_{\mathbf{n}}^2 = \frac{1}{N_T} \sum_{t=1}^{N_T} \left(1 - \left(\frac{\sin(\pi(\Delta f_t))}{\sin(\frac{\pi}{N_p}(\Delta f_t))} \right)^2 \right) + \sigma^2 \quad (3.15)$$

Nous allons donc pouvoir utiliser une modélisation du type:

$$\begin{cases} \mathbf{y}(0) = \sum_{t=1}^{N_T} \alpha(t)x(0,t) \mathbf{h}(0,t) + \mathbf{b}(0) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(N_p - 1) = \sum_{t=1}^{N_T} \alpha(t)x(N_p - 1,t) \mathbf{h}(N_p - 1,t) + \mathbf{b}(N_p - 1) \end{cases} \quad (3.16)$$

où $\alpha(t) = \frac{\sin(\pi(\Delta f_t))}{\sin(\frac{\pi}{N_p}(\Delta f_t))}$ est la puissance de l'utilisateur t et $\mathbf{b}(f_r)$ est un bruit blanc gaussien de puissance $\sigma_{\mathbf{n}}^2$ (3.15).

La grande différence par rapport au modèle (3.7) est que les utilisateurs n'ont pas tous la même puissance. De plus, la puissance du bruit ne dépend pas que du rapport signal sur bruit: elle dépend aussi des décalages en fréquence. Nous aurons alors un plafond dans les performances car nous ne pourrons pas annuler le bruit dû aux décalages en fréquences. Notons que nous n'avons fait aucune approximation dans la mise en place de ce modèle.

3.4 Conclusion

Nous avons pu dans ce chapitre développer un modèle cohérent que nous réutiliserons tous au long de cette thèse. Résumons les grands axes de ce modèle et les conventions de notation.

Nous noterons le modèle général sous la forme:

$$\underbrace{\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{b}}}_{\text{Modèle temporel}} \iff \underbrace{\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{b}}_{\text{Modèle fréquentiel}} \quad (3.17)$$

Par convention et car ceci permet de représenter le système le plus simple dans le cas sans décalage en fréquence, nous supposons que nous concaténons les symboles émis (ou reçus) d'abord par leur appartenance à la même sous-porteuse ou au même instant temporel puis ensuite que nous concaténons les vecteurs émis (ou reçus) tous ensembles. Nous écrivons sous la forme $h(f_r, f_t, r, t)$ les coefficients de la matrice \mathbf{H} où f_r est la sous-porteuse d'émission, f_t est la sous-porteuse de réception, r est le capteur de réception et t est l'émetteur¹. Nous utiliserons le même type de notation pour la matrice canal en temporel $\tilde{h}(l_r, l_t, r, t)$.

Nous avons pu montrer que \mathbf{b} et $\tilde{\mathbf{b}}$ sont tous les deux des vecteurs aléatoires de variables indépendantes gaussiennes. Leur puissance étant respectivement de σ_b^2 et de $N_p\sigma_b^2$. Dans le cas sans décalage en fréquence $\sigma_b^2 = \sigma^2$ où σ^2 est la puissance du bruit blanc gaussien. En

présence de décalage en fréquence, σ_b^2 vaut alors $\frac{1}{N_T} \sum_{t=1}^{N_T} \left(1 - \left(\frac{\sin(\pi(\Delta f_t))}{\sin(\frac{\pi}{N_p}(\Delta f_t))} \right)^2 \right) + \sigma^2$, où

Δf_t représente le décalage en fréquence pour l'utilisateur t . Nous pouvons alors exprimer l'équivalence entre les différents éléments du modèle.

1. Lorsque certains des indices manquent cela indique soit que les éléments portant sur cet indice ont été concaténés en un seul vecteur (une seule matrice), soit que le nombre de ces éléments est de un. Il n'y a pas de problème de compréhension généralement mais en cas de problème les précisions seront apportées.

Les matrices nous servant à faire la correspondance entre les deux aspects de la modélisation du système sont:

- $\mathbf{F} = \left[\exp \left(j2\pi \frac{(i)(j)}{N_p} \right) \right]_{i \in [0, N_p-1], j \in [0, N_p-1]}$ matrice de transformée de Fourier inverse.
- $\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N_c \times (N_p - N_c)} & \mathbf{I}_{N_c} \\ & \mathbf{I}_{N_p} \end{bmatrix}$ matrice d'ajout de préfixe cyclique.
- $\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_{N_p} \end{bmatrix}$ matrice de suppression de préfixe cyclique.

Posons alors l'ensemble des formules permettant de passer de la modélisation temporelle à la modélisation fréquentielle.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_R} \mathbf{y} \\ \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{I}_{N_R} \otimes \mathbf{F} \mathbf{y} \\ \tilde{\mathbf{H}} &= \mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_R} \mathbf{H} \mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_T} \\ \tilde{\mathbf{H}} &= \mathbf{I}_{N_R} \otimes \mathbf{F} \mathbf{H} \mathbf{I}_{N_T} \otimes \mathbf{F} \end{aligned}$$

De plus, dans le cas sans décalage en fréquence, les matrices \mathbf{H} et $\tilde{\mathbf{H}}$ seront blocs diagonales et les matrices $\tilde{\mathbf{H}}$ et \mathbf{H} seront constituées de blocs diagonaux. Dans le cas temporel et fréquentiel nous aurons tendance à organiser les vecteurs (matrices différemment). Dans le premier cas nous concatènerons ensemble tous les échantillons d'un même utilisateur puis nous reconcatènerons l'ensemble des éléments. Dans le cas fréquentiel nous concatènerons l'ensemble des symboles de tous les utilisateurs pour une sous-porteuse, ensuite nous reconcatènerons tous ces éléments ensemble. Cette solution à l'avantage d'avoir une modélisation fréquentielle sans décalage en fréquence présentant une matrice canal bloc diagonale. Ces blocs correspondant aux différentes sous-porteuses. Comme nous le savons nous pourrions alors traiter le problème de manière indépendante pour chaque sous-porteuse.

Chapitre 4

Estimation des différents paramètres du système : coefficients du canal, instant de synchronisation temporel et valeur des décalages fréquentiels entre les différents utilisateurs

4.1 Introduction

Afin de trouver la valeur des symboles émis, nous devons trouver la valeur de la matrice canal. Nous traitons dans ce chapitre de l'estimation du canal et de la valeur des décalages en fréquence. Nous utilisons une séquence d'apprentissage pour estimer le canal et nous supposons que le canal ainsi que les décalages en fréquence des différents utilisateurs sont constants durant un burst¹.

Deux grands types d'estimation existent. Le premier se fait sans séquence d'apprentissage. Cette approche est dite aveugle [36], elle utilise alors la connaissance de la constellation et le caractère indépendant des sources. Le second type d'estimation utilise une séquence d'apprentissage. Nous choisissons cette dernière solution, car même si nous perdons en débit utile, la complexité de ce mode d'estimation de canal est plus faible. De plus, c'est ce mode qui est choisi dans les standards existants.

Dans une première section, nous supposerons que la synchronisation temporelle est déjà faite et qu'il n'y a pas de décalages en fréquences. Dans ce cadre nous développerons une méthode d'estimation de canal. Dans une seconde section, nous construirons un estimateur conjoint des coefficients du canal, de l'instant de synchronisation temporelle et des décalages en fréquence.

Dans les deux sections, nous supposerons que les signaux des différents utilisateurs sont quasiment synchronisés dans le sens où les différents trajets des différents utilisateurs arrivent tous dans un délai temporel inférieur à la durée du préfixe cyclique.

1. un burst étant un ou plusieurs symboles OFDM pilotes suivis de un ou plusieurs symboles OFDM de données

4.2 Estimation de canal

Deux approches sont possibles dans le cadre d'une estimation de canal coopérative. La première consiste à n'utiliser que les symboles pilotes pour estimer le canal. La seconde consiste à utiliser les symboles pilotes et les symboles déjà décodés pour estimer le canal. La seconde approche, présentée par exemple dans [7, 32], offre de meilleures performances mais au prix d'une complexité plus importante.

Dans notre cas, nous allons utiliser une méthode d'estimation basée uniquement sur les symboles pilotes. Dans une structure mono-utilisateur de nombreux articles [26, 30] présentent la structure traditionnelle de l'estimation basée sur un filtrage de Wiener du signal reçu par la séquence des symboles pilotes. Dans le cadre d'un système multi-utilisateurs, la même stratégie peut être employée [33]. Cependant, la complexité de cette méthode est importante. Afin de simplifier l'estimation de canal, l'article [31] propose une organisation des symboles pilotes et un procédé d'estimation qui permet de ramener l'estimation multi-utilisateurs à une estimation mono-utilisateur.

Dans ce chapitre nous utiliserons le livre [28] qui présente l'ensemble des méthodes d'estimation. Les articles [8] et [65] proposent respectivement un estimateur de canal multi-utilisateurs et les performances d'un système multi-utilisateurs en présence d'une estimation de canal. L'article [35, 59] présente entre autres une méthode d'estimation de l'offset fréquentiel.

Nous allons chercher à estimer le canal et pour ce faire nous allons utiliser un algorithme au sens du maximum de vraisemblance et nous ramènerons notre problème à une formulation linéaire.

Nous allons séparer cette section en deux parties. La première est consacrée à la présentation de l'estimateur de canal, la seconde présente les performances de l'estimateur. Ces performances, basées sur des simulations de notre système, montreront les dégradations en terme de taux d'erreur binaire provoquées par l'estimateur de canal.

4.2.1 Principes de l'estimateur de canal

Commençons par citer l'introduction du chapitre 4 de [28].

“The determination of the minimum variance unbiased estimator is in general a difficult task. It is fortunate, however, that a large number of signal processing estimation problems can be represented by a data model that allows us to easily determine this estimator. This class of models is the linear model. Not only is the minimum variance unbiased estimator immediately evident once the linear model has been identified, but in addition, the stastical performance follows naturally. The key, then, to finding the optimal estimator is in structuring the problem in the linear model form to take advantage of its unique properties.”

Ces quelques lignes présentent toute la philosophie de cette section: Modéliser notre problème sous une forme linéaire. Nous utiliserons en particulier le théorème 4.1 de [28].

Théorème: 1 *Nous trouvons dans [28] que si les données utilisées pour l'estimation d'un*

ensemble de paramètres peuvent s'écrire comme:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{h} + \mathbf{b}$$

où \mathbf{y} est le vecteur de taille $N_R \times 1$ contenant les observations, \mathbf{H} est la matrice de taille $N_R \times N_T$, \mathbf{b} est un vecteur de bruit blanc gaussien indépendant de densité de probabilité $\mathcal{N}(0, \sigma^2 \mathbf{I})$ et \mathbf{x} est le vecteur de taille $N_T \times 1$ contenant les paramètres à estimer.

Alors, en supposant que $\mathbf{X}^\dagger \mathbf{X}$ est inversible, l'estimateur non biaisé à variance minimale de \mathbf{x} est:

$$\hat{\mathbf{h}} = (\mathbf{X}^\dagger \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\dagger \mathbf{y}$$

et la matrice de covariance de $\hat{\mathbf{h}}$ est telle que:

$$\mathcal{C}_{\hat{\mathbf{h}}} = \sigma^2 (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$$

De plus, l'estimateur non-biaisé de variance minimale est efficace dans le sens où il atteint la borne de Cramer-Rao.

Nous pouvons facilement étendre ce résultat au cas où \mathbf{Y} , \mathbf{X} et \mathbf{B} sont des matrices. Dans ce cas l'estimée de \mathbf{H} sera:

$$\hat{\mathbf{H}} = (\mathbf{X}^\dagger \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\dagger \mathbf{Y}$$

toujours sous la condition d'inversibilité de $\mathbf{X}^\dagger \mathbf{X}$. Dans ce cas, il n'existe pas de matrice de covariance.

4.2.1.1 Mise en place d'un système linéaire

Il ne faut pas maintenant sous-estimer le travail à réaliser. En effet, il nous reste à trouver une formulation linéaire correcte pour le problème de l'estimation de canal multi-utilisateurs. En regardant la modélisation du chapitre précédant équation (3.8),

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{b} \tag{4.1}$$

il semble simple de trouver une formulation linéaire sous la forme $\mathbf{X}\mathbf{h} + \mathbf{b}$, où \mathbf{h} regroupe les paramètres à estimer, et donc de trouver un estimateur non biaisé de variance minimale. Nous pouvons par exemple concaténer différents symboles OFDM pilotes afin de rendre inversible la matrice \mathbf{X} . La question à se poser est combien de paramètres nous devons estimer. Nous devons estimer $(N_C + 1) N_T N_R$ coefficients. $N_C + 1$ coefficients à estimer par couple émetteur/récepteur et $N_T N_R$ couples émetteur/récepteur. Or, si nous regardons la matrice \mathbf{H} à estimer nous avons $N_P N_T N_R$ coefficients. La variance de l'estimateur que nous aurons en utilisant juste une concaténation de symboles pilotes sera forcément supérieure (ou égale) à celle obtenue en estimant le nombre minimal de coefficients.

4.2.1.2 Principe de l'estimateur multi-utilisateurs

Pour obtenir un estimateur optimal, nous utilisons les articles [32, 31] qui présentent un estimateur de canal multi-utilisateurs et les symboles pilotes associés à cet estimateur. L'idée de cet estimateur est de déplacer la réponse temporelle de chacun des utilisateurs

afin de placer les réponses temporelles les unes à la suite des autres. Nous envoyons des séquences pilotes identiques pour chaque utilisateur mais de façon décalée dans le temps, voir le schéma Figure 4.1. Pour chaque récepteur, le but est d'estimer conjointement l'ensemble des coefficients du canal de tous les utilisateurs. Nous estimons un vecteur $\mathbf{g}(r)$ dont les coefficients dépendent de ceux de la matrice canal correspondant au récepteur r et ensuite nous explicitons le passage entre les différents vecteurs $\mathbf{g}(r)$ et la matrice de canal \mathbf{H} . Nous nous ramenons alors à l'estimation de $N_R N_P$ coefficients.

Le problème de l'estimation ainsi posé est optimal si le nombre de paramètres que nous estimons (N_P) par récepteur est égal au nombre minimal de paramètres que nous avons à estimer ($(N_C + 1) N_T$). Donc pour atteindre le cas optimal nous devons être dans la configuration où $N_R N_P = N_R (N_C + 1) N_T$. Ceci va avoir pour effet de limiter le nombre d'utilisateur N_T et la taille du canal estimable N_C en fonction du nombre de sous-porteuses N_P . Le nombre de récepteurs N_R n'ayant pas d'influence.

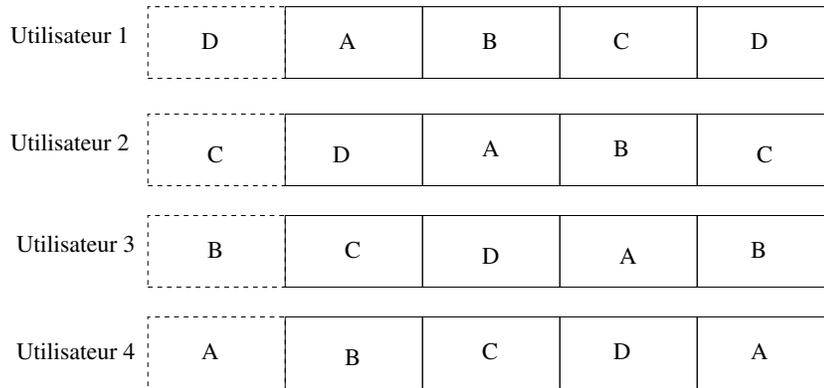


Fig. 4.1 – Illustration des séquences d'apprentissage dans le domaine temporel présenté dans l'article [32]: 4 utilisateurs et un préfixe cyclique de longueur correspondant au quart du signal utile. La zone en pointillés correspond au préfixe cyclique.

Un décalage temporel correspond à une multiplication par une exponentielle complexe dans le domaine fréquentiel. Nous allons alors multiplier les symboles OFDM fréquentiels de l'utilisateur t par $\exp\left(-j2\pi\frac{fk_0(t)}{N_P}\right)$ où nous devons avoir $k_0(t) \geq N_C(t-1)$ (comme nous le verrons après). Dans le modèle de l'équation (4.1), en considérant indépendamment chaque couple émetteur récepteur (t, r) , ceci revient à ajouter une matrice $\mathbf{D}(t)$ de taille $N_P \times N_P$ sous la forme:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}(r) &= \mathbf{D}^\dagger(t) \mathbf{H}(r, t) \mathbf{D}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}(r) \\
 \text{avec } \mathbf{D}(t) &= \begin{bmatrix} \exp\left(-j2\pi\frac{0k_0(t)}{N_P}\right) & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & \exp\left(-j2\pi\frac{(N_P-1)k_0(t)}{N_P}\right) & & \\ & & & & \end{bmatrix} \quad (4.2)
 \end{aligned}$$

dans lequel $\mathbf{y}(r)$ est l'ensemble des sous-porteuses (de 0 à $N_P - 1$) reçues pour le récepteur r , $\mathbf{H}(r, t)$ est la matrice canal entre l'émetteur t et le récepteur r et $\mathbf{x}(t)$ le signal émis

par l'utilisateur t . Comme la séquence émise est identique pour tous les utilisateurs, nous supprimons l'indication de t . En utilisant l'équivalence entre le décalage dans le domaine temporel et la multiplication par une exponentielle complexe dans le domaine fréquentiel, nous montrons que:

$$\mathbf{D}^\dagger(t)\mathbf{F}^\dagger\tilde{\mathbf{H}}(r,t)\mathbf{F}\mathbf{D}(t) = \mathbf{F}^\dagger\text{decal}\left(\tilde{\mathbf{H}}(r,t),k_0(t)\right)\mathbf{F}$$

où $\text{decal}(\mathbf{A},n)$ décale les colonnes de la matrice \mathbf{A} de façon cyclique sur n positions. Si maintenant nous considérons pour un récepteur r le signal reçu de l'ensemble des émetteurs t , nous obtenons:

$$\mathbf{y}(r) = \sum_{t=1}^{N_T} \mathbf{D}^\dagger(t)\mathbf{F}^\dagger\tilde{\mathbf{H}}(r,t)\mathbf{F}\mathbf{D}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}(r) = \sum_{t=1}^{N_T} \mathbf{F}^\dagger\text{decal}\left(\tilde{\mathbf{H}}(r,t),k_0(t)\right)\mathbf{F} + \mathbf{b}(r)$$

ce qui nous donne par linéarité de la transformée de Fourier:

$$\mathbf{y}(r) = \mathbf{F}^\dagger\left(\sum_{t=1}^{N_T} \text{decal}\left(\tilde{\mathbf{H}}(r,t),k_0(t)\right)\right)\mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{b}(r)$$

Chacune des matrices étant cyclique, leur somme est également cyclique, nous pouvons donc dire que la matrice $\mathbf{F}^\dagger\left(\sum_{t=1}^{N_T} \text{decal}\left(\tilde{\mathbf{H}}(r,t),k_0(t)\right)\right)\mathbf{F}$ est une matrice diagonale.

Introduisons $\mathbf{g}(r) = \text{diag}\left(\mathbf{F}^\dagger\left(\sum_{t=1}^{N_T} \text{decal}\left(\tilde{\mathbf{H}}(r,t),k_0(t)\right)\right)\mathbf{F}\right)$. Appelons \mathbf{X} la matrice dont la diagonale est \mathbf{x} . Nous obtenons alors le système suivant:

$$\mathbf{y}(r) = \mathbf{X}\mathbf{g}(r) + \mathbf{b}(r) \quad (4.3)$$

Au vu de l'équation (4.3) et du théorème 1, nous pourrions facilement trouver un estimateur de \mathbf{g} .

$$\hat{\mathbf{g}}(\mathbf{r}) = (\mathbf{X}^\dagger\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^\dagger\mathbf{y}(r) \quad \text{avec} \quad \mathcal{C}_{\hat{\mathbf{g}}} = \sigma^2(\mathbf{X}^\dagger\mathbf{X})^{-1}$$

où $\mathcal{C}_{\hat{\mathbf{g}}}$ est la matrice de covariance de l'estimée (notons qu'elle ne dépend pas du récepteur considéré). Dans notre cas, nous aurons alors modélisé un système où nous ne devons estimer que $N_P N_R$ paramètres.

4.2.1.3 Passage à l'estimation des coefficients du canal

Cependant, le but de ce chapitre n'est pas d'estimer les coefficients de la matrice des vecteurs $\mathbf{g}(r)$ mais ceux de la matrice canal \mathbf{H} . Nous devons donc vérifier que, partant du vecteur $\mathbf{g}(r)$, nous pouvons revenir aux coefficients de la matrice canal \mathbf{H} . Nous voyons de façon intuitive que le décalage temporel entre deux utilisateurs successifs doit être supérieur à la dispersion temporelle du canal. Sinon un coefficient du vecteur $\mathbf{g}(r)$ dépendra de deux trajets appartenant à deux utilisateurs différents. Il faut de plus que le décalage total soit inférieur à $N_P - (N_C + 1)$ sinon les trajets du dernier utilisateur vont se confondre avec ceux du premier utilisateur. La figure 4-2 montre le placement du canal de chaque utilisateur dans la réponse temporelle estimée. Le cas optimal d'utilisation de

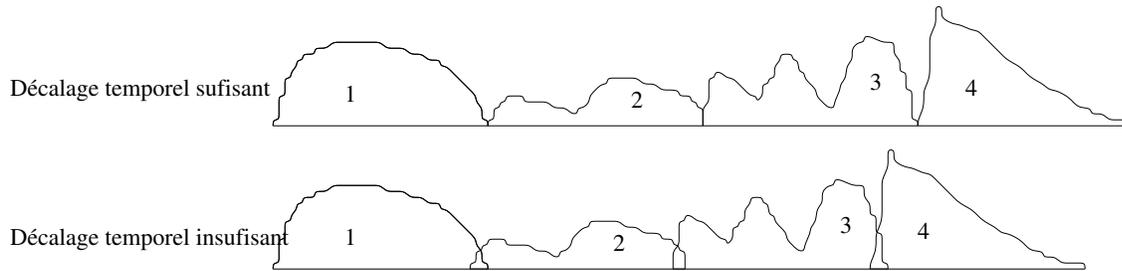


Fig. 4.2 – Organisation des canaux des différents utilisateurs et présentation de l'interférence entre les canaux si le décalage temporel entre les différentes séquences d'apprentissage est inférieur à la taille du canal à estimer

cet estimateur est celui où le décalage entre deux utilisateurs successifs est exactement de $N_C + 1$ et où alors $N_P = N_T(N_C + 1)$.

Nous obtenons un estimateur de canal multi-utilisateurs avec les séquences d'apprentissages associées à cet estimateur. Les séquences d'apprentissages dans le domaine fréquentiel sont une séquence identique multipliée par une séquence d'exponentielles complexes dépendant de l'utilisateur (équation (4.2)). Résumons alors le principe de l'estimateur proposé par [32].

1. Envoyer une séquence constituée pour chaque utilisateur de la même séquence multipliée par la matrice $\mathbf{D}(t)$.
2. Estimer les différents coefficients de la matrice \mathbf{g} voir équation (4.3) et sélectionner les estimées du canal pour un récepteur.
3. Effectuer une transformée de Fourier inverse afin de retrouver la réponse temporelle du canal.
4. Sélectionner la réponse du canal pour chaque utilisateur schéma 4-2.
5. Effectuer une transformée de Fourier pour retrouver le canal dans le domaine fréquentiel.

4.2.2 Modélisation du canal estimé

Du fait de la nature gaussienne du bruit subi par les symboles pilotes, nous pouvons modéliser le canal estimé sous la forme:

$$\hat{\mathbf{H}}(k) = \mathbf{H}(k) + \mathbf{N}(k) \quad (4.4)$$

où $\mathbf{N}(k)$ est une matrice de coefficients de bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de variance $\sigma^2 \frac{N_T(N_C+1)}{N_P N_{\text{pream}}}$, où N_{pream} est le nombre de symboles pilotes utilisés pour estimer le canal.

4.2.3 Effet du canal estimé sur les performances du système

L'estimation du canal diminue les performances du système par le biais d'une dégradation du rapport signal sur bruit comme nous le décrirons dans la suite. Cet aspect est étudié

dans [20] pour le cas mono-utilisateur et dans [53] pour le cas MIMO. Nous allons l'étendre dans le cas multi-utilisateurs.

Proposition 1 *L'erreur d'estimation de canal modélisée comme une variable aléatoire gaussienne dans le modèle (4.4) entraîne une dégradation du rapport signal sur bruit à la sortie de l'estimateur de symboles de la forme:*

$$\text{RSB} = \text{RSB} \left(1 + \frac{N_T(N_C + 1)}{N_P N_{\text{pream}}} \right)^{-1}$$

Preuve de la proposition: Nous commençons par calculer la probabilité $P(\mathcal{E})$ d'un évènement d'erreur au niveau du détecteur de symboles. Pour calculer cette probabilité nous utilisons la probabilité marginale $P(\mathcal{E}) = \sum P(\mathcal{E} | \mathbf{x}) P(\mathbf{x})$ et nous calculons $P(\mathcal{E} | \mathbf{x})$ et $P(\mathbf{x})$. Comme les symboles sont équiprobables, $P(\mathbf{x}) = \frac{1}{M}$ (où M est le nombre de symboles qui peuvent être émis). En utilisant les résultats de [20] et [53] et le modèle de la forme $\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}(k)$ et en sachant que le bruit dû à l'estimation de canal de puissance $\sigma^2 \frac{N_T(N_C+1)}{N_P N_{\text{pream}}}$:

$$P(\mathcal{E} | \mathbf{x}) = \mathcal{Q} \left[\frac{\|\epsilon\|}{2\sigma} \left(1 + N_T \frac{\epsilon^\dagger \Gamma_h(\mathbf{x}) \epsilon}{\|\epsilon\|^2} \right)^{-1/2} \right] \rightarrow 0$$

où $\Gamma_h(\mathbf{x}) = E[\mathbf{N}\mathbf{x}\mathbf{x}^\dagger \mathbf{N}^\dagger] = \mathbf{X}E[\mathbf{nn}^\dagger]\mathbf{X}^\dagger$ et où la fonction \mathcal{Q} est la queue d'erreur gaussienne définie par $\mathcal{Q}(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_\alpha^\infty \exp(-y^2) dy$.

Dans le but de simplifier cette expression, nous allons supprimer l'influence de \mathbf{x} dans $P(\mathcal{E} | \mathbf{x})$. En utilisant la loi des grands nombres lorsque le nombre d'utilisateurs augmente, nous obtenons:

$$P(\mathbf{x} : \|\Gamma_h(\mathbf{x}) - \tilde{\Gamma}\| > \delta) \rightarrow 0 \quad (4.5)$$

où $\tilde{\Gamma} = \frac{1}{\sigma^2} \text{var}(t, r) \mathbf{I} = \frac{N_T(N_C+1)}{N_P N_{\text{pream}}} \mathbf{I}$. Posons alors:

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_* &= \mathcal{Q} \left[\frac{\|\epsilon\|}{2\sigma} \left(1 + N_T \frac{\epsilon^\dagger \Gamma_h(\mathbf{x}) \epsilon}{\|\epsilon\|^2} \right)^{-1/2} \right] \\ &= \mathcal{Q} \left[\frac{\|\epsilon\|}{2\sigma} \left(1 + \frac{N_T(N_C + 1)}{N_P N_{\text{pream}}} \right)^{-1/2} \right] \end{aligned}$$

où \mathcal{Q} est une fonction continue de $\tilde{\Gamma}$. L'équation (4.5) devient alors:

$$P(\mathbf{x} : \|P(\mathcal{E} | \mathbf{x}) - \mathcal{Q}_*\| > \delta) \rightarrow 0$$

C'est cette équation qui combinée avec la probabilité marginale, donne $|P(\mathcal{E}) - \mathcal{Q}_*| \rightarrow 0$. Ceci permet de montrer que l'effet de l'estimation de canal sur les performances correspond à une dégradation de rapport signal sur bruit:

$$\text{RSB} = \text{RSB} \left(1 + \frac{N_T(N_C + 1)}{N_P N_{\text{pream}}} \right)^{-1} \quad (4.6)$$

4.2.4 Performances

La figure 4-3 présente par simulations l'effet de l'estimation de canal. Nous utilisons l'estimateur précédemment explicité. Nous avons un système mono-utilisateur/mono-récepteur et un système à deux émetteurs/deux récepteurs. Nous utilisons $N_P = 64$ sous-porteuses et un canal de 16 coefficients. Cette longueur de canal impose un préfixe cyclique de 15. Nous estimons le canal en utilisant un seul symbole pilote. Les récepteurs sont basés sur le MMSE dans le cas mono-utilisateur et le MMSE et le MAP dans le cas multi-utilisateurs (description chapitre 5).

En utilisant la formule (4.6), ces différents paramètres montrent que nous devons avoir un décalage de 0.95 et 1.76 dB, pour respectivement le cas mono-utilisateur et deux utilisateurs, entre le cas avec estimation de canal et le cas avec canal parfait.

Nous obtenons bien que dans les différents cas et en utilisant différents récepteurs (MAP, MMSE), le décalage du rapport signal sur bruit théorique est bien vérifié par les simulations.

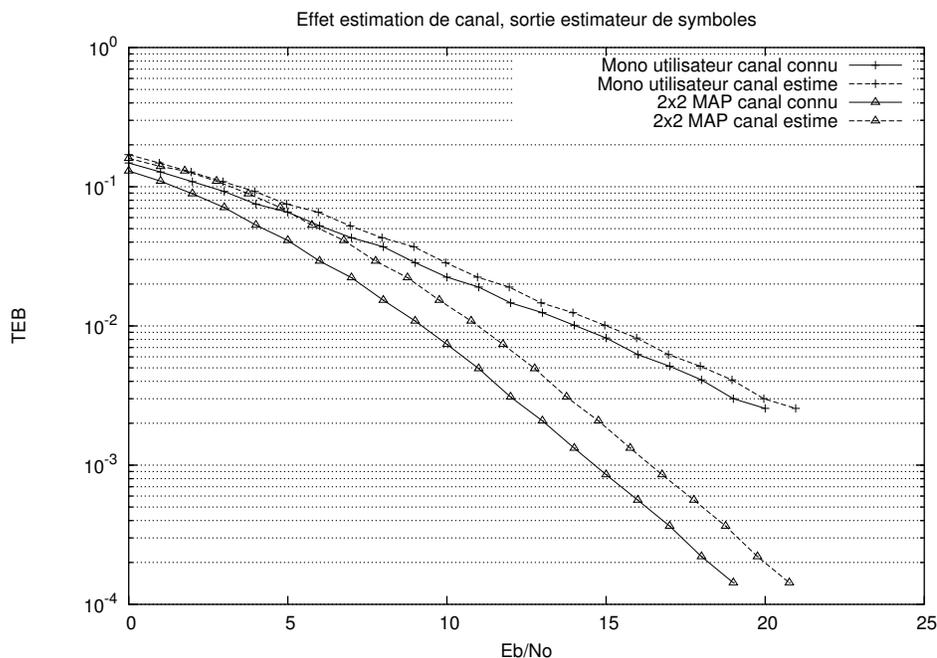


Fig. 4-3 – Dégradation des performances provoquée par l'estimation de canal.

4.3 Estimation conjointe canal-décalages temporel et fréquentiel

Dans la première partie de ce chapitre nous avons estimé les coefficients du canal dans le cas très simple d'absence de décalage en fréquence et avec une synchronisation temporelle parfaite. Nous allons maintenant passer à un cas plus réaliste, celui où nous ne connaissons

pas l'instant de synchronisation (l'instant initial du début du symbole OFDM) et où les émetteurs présentent des décalages en fréquence.

Dans ce cas nous aurons, à estimer les décalages en fréquence et l'instant de début du signal en plus du canal. Deux approches peuvent être utilisées pour effectuer l'estimation de ces paramètres. La première consiste à effectuer l'estimation de ces paramètres de façon successive: synchronisation, décalage en fréquence puis coefficients du canal.

La seconde méthode consiste à estimer conjointement l'ensemble de ces paramètres. Dans le premier cas, la méthode la plus simple pour réaliser l'estimation des décalages en fréquence et de la synchronisation est d'utiliser la redondance introduite par le préfixe cyclique [59, 58]. L'avantage de cette méthode est de ne pas nécessiter de symboles pilotes. L'inconvénient est qu'elle se comporte mal dans le cas d'un canal multi-trajets car le préfixe cyclique et la fin du signal ne seront plus identiques. L'article [35] propose d'utiliser une répétition du signal pour effectuer ces estimations. Ceci supprime l'inconvénient précédent mais donne des performances moindres que si nous effectuons cette opération avec des symboles pilotes.

Pour notre part, nous choisissons d'estimer conjointement la synchronisation, les décalages en fréquences et les coefficients du canal. Pour ce faire nous utilisons des symboles pilotes. Même si cette stratégie impose une complexité supérieure, elle offre de meilleurs résultats. L'utilisation des mêmes symboles pilotes pour l'estimation de tous les paramètres ne dégrade pas le débit.

Cette section est séparée en deux sous-sections. Dans la première, nous présenterons notre nouvel estimateur et dans la seconde nous étudierons les performances de notre estimateur par simulations.

4.3.1 Principe de l'estimateur conjoint

4.3.1.1 Formulation du problème

Nous voulons estimer le décalage τ entre les émetteurs et le récepteur, les décalages Δf_t des différents utilisateurs et les coefficients de la matrice canal \mathbf{H} . Nous allons donc estimer $N_T N_R (N_C + 1) + N_T + 1$ paramètres de façon conjointe. $N_T N_R (N_C + 1)$ représentant l'ensemble des coefficients de la réponse impulsionnelle du canal entre tous les couples émetteurs/récepteurs, N_T étant le nombre de décalages en fréquences (un par émetteur), et 1 étant l'estimation de la synchronisation temporelle². Nous supposons que le convertisseur analogique numérique nous envoie un train de symboles que nous commencerons à traiter à partir de l'instant τ . L'estimateur au sens du maximum de vraisemblance de l'ensemble des paramètres peut se mettre sous la forme:

$$\left(\hat{\tau}, \hat{\Delta \mathbf{f}}, \hat{\tilde{\mathbf{H}}} \right) = \arg \max_{\tau, \Delta \mathbf{f}, \tilde{\mathbf{H}}} p \left(\tilde{\mathbf{y}}^\tau \mid \tau, \Delta \mathbf{f}, \tilde{\mathbf{H}} \right) \quad (4.7)$$

où $\tilde{\mathbf{y}}^\tau$ est le signal choisi reçu à partir de l'instant d'échantillonnage τ , $\tilde{\mathbf{H}}$ les différents coefficients de la réponse impulsionnelle du canal et $\Delta \mathbf{f} = [\Delta f_1, \dots, \Delta f_{N_T}]$ le vecteur des décalages en fréquence de tous les utilisateurs. Du fait du grand nombre de paramètres à

2. Nous supposons que tous les émetteurs sont quasi synchrones dans le préfix cyclique.

$$\begin{aligned}
- \mathcal{X}_D(\Delta \mathbf{f}) &= \begin{bmatrix} \tilde{x}_d(1,0) & \dots & \tilde{x}_d(1, N_C) & \tilde{x}_d(2,0) & \dots & \tilde{x}_d(N_T, N_C) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \tilde{x}_d(1, N_P - 1) & \dots & \tilde{x}_d(1, N_P - N_C - 1) & \tilde{x}_d(2, N_P - 1) & \dots & \tilde{x}_d(N_T, N_P - N_C - 1) \end{bmatrix} \\
\text{où } \tilde{x}_d(t, l) &= \tilde{x}(t, l) \exp\left(j2\pi \frac{l\Delta f_t}{N_P}\right). \\
- \tilde{\mathcal{Y}}^\tau &= \begin{bmatrix} \tilde{y}(1, \tau) & \dots & \tilde{y}(N_R, \tau) \\ \vdots & & \vdots \\ \tilde{y}(1, \tau + N_P - 1) & \dots & \tilde{y}(N_R, \tau + N_P - 1) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Nous obtenons alors l'expression de l'estimateur par:

$$\left(\hat{\tau}, \hat{\Delta \mathbf{f}}, \hat{\mathcal{H}}\right) = \arg \min_{\tau, \Delta \mathbf{f}, \tilde{\mathcal{H}}} \left(\left\| \tilde{\mathcal{Y}}^\tau - \tilde{\mathcal{X}}_D(\Delta \mathbf{f}) \tilde{\mathcal{H}} \right\|^2 \right) \quad (4.8)$$

Afin de trouver la solution optimale nous devrions effectuer la dérivation de $\left\| \tilde{\mathcal{Y}}^\tau - \tilde{\mathcal{X}}_D(\Delta \mathbf{f}) \tilde{\mathcal{H}} \right\|^2$ suivant τ , $\Delta \mathbf{f}$ et $\tilde{\mathcal{H}}$ puis choisir comme estimée la solution annulant cette dérivée et ayant une dérivée seconde positive. Cependant l'estimation est trop compliquée à réaliser de façon conjointe, nous la séparons en deux parties. Nous estimons d'abord l'instant de synchronisation et les décalages en fréquences et ensuite les coefficients du canal. Nous remarquons que si nous considérons τ et $\Delta \mathbf{f}$ comme déterministes alors l'expression de l'équation (4.8) sera linéaire. Nous pourrions alors trouver facilement l'estimée de $\tilde{\mathcal{H}}$ par le théorème 1 $\hat{\mathcal{H}} = \left(\left(\tilde{\mathcal{X}}_D(\Delta \mathbf{f}) \right)^\dagger \left(\tilde{\mathcal{X}}_D(\Delta \mathbf{f}) \right) \right)^{-1} \left(\tilde{\mathcal{X}}_D(\Delta \mathbf{f}) \right)^\dagger \tilde{\mathcal{Y}}^\tau$. En utilisant alors cette estimée de canal, nous chercherons alors à estimer τ et $\Delta \mathbf{f}$. Si maintenant nous réintégrons cette estimation du canal dans l'expression de l'estimateur conjoint, nous trouvons l'expression à minimiser pour avoir l'estimation de synchronisation et des décalages en fréquence:

$$\left(\hat{\tau}, \hat{\Delta \mathbf{f}}\right) = \arg \min_{\tau, \Delta \mathbf{f}} \left(\left\| \left(\mathbf{I} - \tilde{\mathcal{X}}_D(\Delta \mathbf{f}) \left(\left(\tilde{\mathcal{X}}_D(\Delta \mathbf{f}) \right)^\dagger \left(\tilde{\mathcal{X}}_D(\Delta \mathbf{f}) \right) \right)^{-1} \left(\tilde{\mathcal{X}}_D(\Delta \mathbf{f}) \right)^\dagger \right) \tilde{\mathcal{Y}}^\tau \right\|^2 \right)$$

Nous trouvons ensuite l'estimée de canal de la forme:

$$\hat{\mathcal{H}} = \left(\left(\tilde{\mathcal{X}}_D(\hat{\Delta \mathbf{f}}) \right)^\dagger \left(\tilde{\mathcal{X}}_D(\hat{\Delta \mathbf{f}}) \right) \right)^{-1} \left(\tilde{\mathcal{X}}_D(\hat{\Delta \mathbf{f}}) \right)^\dagger \tilde{\mathcal{Y}}^\tau \quad (4.9)$$

4.3.1.3 Résumé de l'estimateur

Résumons maintenant l'algorithme de l'estimateur conjoint "canal, synchronisation temporelle et décalages en fréquence".

1. Trouver les valeurs de τ et $\Delta \mathbf{f}$ minimisant la projection de $\tilde{\mathcal{Y}}^\tau$ sur le sous-espace $\Pi(\tau, \Delta \mathbf{f})$ donné par:

$$\Pi(\tau, \Delta \mathbf{f}) = \mathbf{I} - \tilde{\mathcal{X}}_D(\Delta \mathbf{f}) \left(\left(\tilde{\mathcal{X}}_D(\Delta \mathbf{f}) \right)^\dagger \left(\tilde{\mathcal{X}}_D(\Delta \mathbf{f}) \right) \right)^{-1} \left(\tilde{\mathcal{X}}_D(\Delta \mathbf{f}) \right)^\dagger$$

2. En utilisant les valeurs des estimées de τ et de $\Delta\mathbf{f}$ trouvées précédemment l'estimateur de canal est alors de la forme :

$$\hat{\mathcal{H}} = \left(\left(\tilde{\mathcal{X}}_D(\hat{\Delta}\mathbf{f}) \right)^\dagger \left(\tilde{\mathcal{X}}_D(\hat{\Delta}\mathbf{f}) \right) \right)^{-1} \left(\tilde{\mathcal{X}}_D(\hat{\Delta}\mathbf{f}) \right)^\dagger \tilde{\mathcal{Y}}^{\hat{\tau}}$$

4.3.2 Performances

Afin de juger les performances de l'estimateur conjoint des coefficients du canal et des décalages en fréquence, nous allons qualifier par simulation la dégradation des performances dans le cas d'un système OFDM utilisant $N_P = 64$ sous-porteuses et un préfixe cyclique de taille $N_C = 16$.

Nous considérerons le cas de deux émetteurs et d'un récepteur à deux antennes de réception. Le détecteur de symboles est un MMSE (voir chapitre 5) utilisant trois sous-porteuses voisines pour effectuer la détection des symboles. Nous utilisons deux symboles pilotes pour effectuer l'estimation conjointe des coefficients du canal et des décalages en fréquences. Les performances obtenues pour un décalage en fréquence de 10% et 30% sont présentées sur la figure 4.4.

Nous pouvons voir que la dégradation provoquée par l'estimation conjointe est faible et tend à devenir nulle avec l'augmentation du rapport signal sur bruit. Cette annulation provient de l'effet des décalages en fréquence dont la puissance ne baisse pas avec la diminution de la puissance du bruit thermique. Donc à fort rapport signal sur bruit les effets de l'estimation seront négligables devant l'effet des décalages en fréquence.

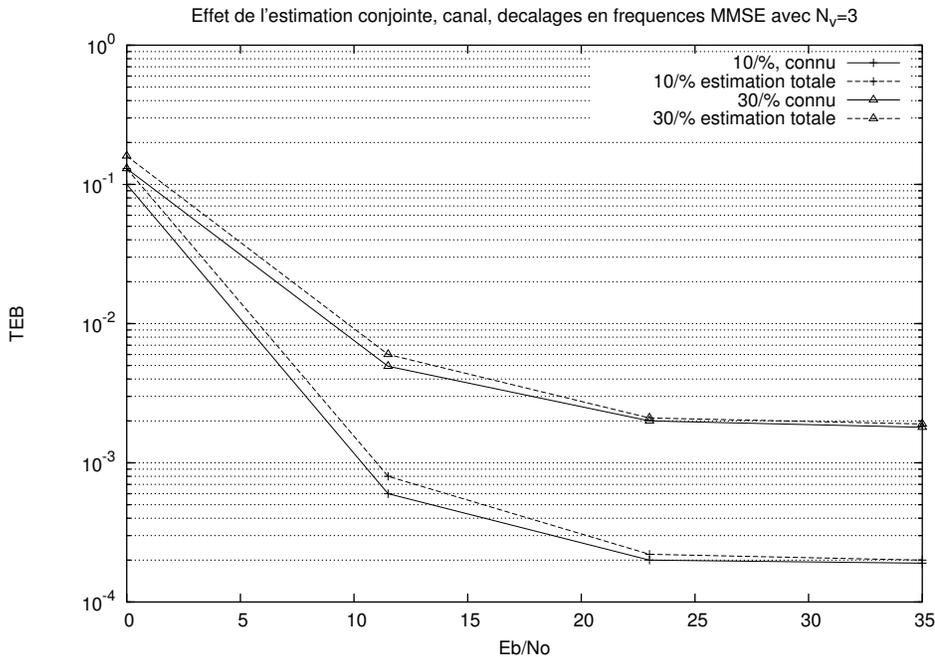


Fig. 4.4 – Effet de l'estimation conjointe des décalages en fréquence et des coefficients du canal.

4.4 Conclusion

Nous avons dans ce chapitre atteint un double objectif. Le premier est de présenter un estimateur de canal multi-utilisateurs adapté à notre système. Pour ce faire, nous avons utilisé une méthode permettant de ramener le problème de l'estimation de canal multi-utilisateurs au cas de l'estimation canal mono-utilisateur. Nous avons alors caractérisé les performances de cet estimateur de canal et montré par simulation que l'effet de l'estimateur de canal peut être vu comme un décalage du rapport signal sur bruit.

Ensuite, dans une seconde partie, nous avons proposé un nouvel estimateur conjoint de l'ensemble des paramètres du système (instant de synchronisation, décalage en fréquence de chaque utilisateur et l'ensemble des coefficients du canal entre les différents couples émetteurs, récepteurs). Ce travail original a été présenté dans les articles de conférences [42, 44, 43].

Nous avons maintenant entre nos mains tous les éléments pour s'attaquer, dans le prochain chapitre, au coeur du problème: l'estimation des symboles émis.

Chapitre 5

Présentation des détecteurs

5.1 Introduction

Passons dans ce chapitre à la seconde étape de notre problème, c'est-à-dire l'estimation des symboles émis. Pour effectuer cette opération, nous supposons dans un premier temps, les valeurs de la synchronisation temporelle, des décalages en fréquence et des coefficients du canal comme connus. La finalité de cette partie est donc d'estimer les symboles émis. Nous utilisons indépendamment la notion d'égalisation et d'estimation des symboles car même si l'un est le moyen d'arriver à l'autre, nous préférons désigner l'opération à faire par le but.

Dans cette tâche, nous sommes grandement aidés par la modulation OFDM. En effet, grâce à cette modulation, les canaux multi-trajets sont transformés en canaux mono-trajet. Dans le cas sans décalage en fréquence nous allons estimer les symboles émis de façon conjointe pour tous les utilisateurs mais de manière indépendante pour chacune des sous-porteuses. Dans le cas avec décalage en fréquence du fait de la rupture de l'orthogonalité entre les sous-porteuses, le fait d'estimer les symboles émis indépendamment sous-porteuse par sous-porteuse entraîne une dégradation des performances.

Pour faire le choix d'un récepteur, deux choses doivent être gardées à l'esprit. La première est que l'émetteur envoie des signaux suivant une certaine constellation; la seconde est que l'estimation des symboles émis, en tant que telle, ne sert à rien mais tire tout son intérêt de la relation qu'elle aura avec le décodage de canal. La première approche consiste à réduire les effets du canal (égalisation) et ensuite à décider les différents symboles émis en choisissant celui le plus près du signal égalisé. La seconde approche, dite du maximum de vraisemblance, est de calculer pour chaque symbole émis possible la probabilité d'émission sachant le signal reçu. Ensuite, nous effectuons la détection des symboles en choisissant celui de probabilité maximale. Nous sommes en face des deux extrêmes de l'estimation/détection de symboles. Dans le premier cas, la méthode basée sur du filtrage est très simple mais ne renvoie que la valeur des symboles détectés comme valeur souple associée, sans qualifier la qualité de cette détection. De l'autre côté, la méthode est beaucoup plus complexe mais donne de meilleures performances et renvoie une mesure de la qualité de la détection.

Dans la première section nous présenterons les différents types de récepteurs linéaires.

Dans la seconde partie nous étudierons les récepteurs non linéaires. Enfin dans la dernière section nous comparerons par simulation les performances en terme de taux d'erreur binaires des différents récepteurs proposés.

Ces travaux ont fait l'objet des publications [42, 44] sur les problèmes de récepteurs avec décalages en fréquence et des publications [43, 45] sur dans le cas des récepteurs sans décalage en fréquence.

5.2 Récepteurs linéaires

Dans cette section, nous présentons l'estimateur de symboles le plus simple:

Nous utilisons comme critère de notre estimateur la minimisation de l'erreur quadratique moyenne entre la valeur à estimer et notre estimée (Minimum Mean Square Error (MMSE)). Afin de pouvoir mener à bien nos calculs nous devons considérer que le signal reçu ainsi que la valeur à estimer sont aléatoires.

Nous allons séparer cette section en deux sous-sections. Dans la première, nous présenterons le principe de l'estimateur MMSE dans un cas sans décalage en fréquence et dans la seconde sous-section nous effectuerons l'extension de cet estimateur dans le cas avec décalage en fréquence.

5.2.1 Principe du MMSE

Commençons par rappeler le modèle que nous utilisons. Il s'agit de l'équation (3.7) dans le cas sans décalage:

$$\begin{cases} \mathbf{y}(0) = \mathbf{H}(0)\mathbf{x}(0) + \mathbf{b}(0) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(N_P - 1) = \mathbf{H}(N_P - 1)\mathbf{x}(N_P - 1) + \mathbf{b}(N_P - 1) \end{cases} \quad (5.1)$$

où de façon plus compacte nous pouvons noter le système (5.1) sous la forme de l'équation:

$$\mathbf{y}(f) = \mathbf{H}(f)\mathbf{x}(f) + \mathbf{b}(f) \quad \text{avec} \quad f \in [0, N_P - 1]$$

Dans l'équation précédente $\mathbf{H}(f)$ est déterministe, $\mathbf{x}(f)$ est aléatoire suivant une constellation à nombre d'état fini, $\mathbf{b}(f)$ est un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de matrice de covariance $\sigma^2\mathbf{I}$ indépendant de $\mathbf{x}(f)$. Nous allons considérer que notre estimateur est la valeur $\hat{\mathbf{x}}(f)$ qui minimise l'erreur quadratique moyenne avec la valeur à estimer $\mathbf{x}(f)$:

$$\hat{\mathbf{x}}(f) = \arg \min_{\mathbf{z}(f)} E (\|\mathbf{z}(f) - \mathbf{x}(f)\|^2)$$

Pour faire cette minimisation nous supposons que $\mathbf{z}(f)$ est de la forme $\mathbf{G}(f)\mathbf{y}(f)$. Ceci revient à chercher l'égaliseur linéaire $\mathbf{G}(f)$ qui minimise $E (\|\mathbf{G}(f)\mathbf{y}(f) - \mathbf{x}(f)\|^2)$. Pour cela on annule la dérivée par rapport à $\mathbf{G}(f)$ de $E (\|\mathbf{G}(f)\mathbf{y}(f) - \mathbf{x}(f)\|^2)$.

$$\mathbf{G}(f) \left/ \frac{d}{d\mathbf{G}(f)} E(\|\mathbf{G}(f)\mathbf{y}(f) - \mathbf{x}(f)\|^2) \right. = 0 \quad (5.2)$$

Nous arrivons facilement à:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\mathbf{G}(f)} E(\|\mathbf{G}(f)\mathbf{y}(f) - \mathbf{x}(f)\|^2) &= 0 \\ &\Downarrow \\ E(\mathbf{y}(f)\mathbf{y}^\dagger(f)\mathbf{G}^\dagger(f)) &= E(\mathbf{y}(f)\mathbf{x}^\dagger(f)) \end{aligned}$$

Or nous savons que $E(\mathbf{y}(f)\mathbf{y}^\dagger(f)) = \mathbf{H}(f)\mathbf{H}^\dagger(f) + \sigma^2\mathbf{I}$ et que $E(\mathbf{y}(f)\mathbf{x}^\dagger(f)) = \mathbf{H}(f)$ nous obtenons alors l'expression de $\mathbf{G}(f)$ sous la forme.

$$\mathbf{G}(f) = (\mathbf{H}^\dagger(f)\mathbf{H}(f) + \sigma^2\mathbf{I})^{-1}\mathbf{H}^\dagger(f)$$

En utilisant l'expression précédente, nous obtenons $\hat{\mathbf{x}}(f)$, l'estimateur de $\mathbf{x}(f)$, sous la forme:

$$\hat{\mathbf{x}}(f) = (\mathbf{H}^\dagger(f)\mathbf{H}(f) + \sigma^2\mathbf{I})^{-1}\mathbf{H}^\dagger(f)\mathbf{y}(f)$$

où l'erreur d'estimation $\epsilon(f) = \mathbf{x}(f) - \hat{\mathbf{x}}(f)$ est de moyenne nulle et de matrice de variance:

$$\mathcal{C}_{\epsilon(f)} = (\mathbf{H}^\dagger(f)\mathbf{H}(f) + \sigma^2\mathbf{I})^{-1}\sigma^2$$

Nous montrons dans l'annexe A que, sous hypothèse d'indépendance entre $\mathbf{x}(f)$ et $\mathbf{b}(f)$, on retrouve de manière générale le même résultat avec une hypothèse de gaussianité sur $\mathbf{x}(f)$.

Après en avoir réalisé l'estimation, nous allons prendre une décision sur les différents symboles émis. Pour ce faire, en sachant que les symboles émis sont équiprobables et indépendants entre utilisateurs, nous choisissons comme symbole décidé pour chaque utilisateur, celui le plus près du symbole estimé. Par exemple dans le cas d'une BPSK ou QPSK nous ferons le choix par rapport à zéro sur l'axe réel dans le premier cas et suivant l'axe réel et imaginaire dans le second cas.

Résumons alors le principe de l'estimateur du MMSE en deux étapes:

1. Estimer pour chacune des sous-porteuses les symboles émis pour tous les utilisateurs en utilisant la matrice de canal associée à cette sous-porteuse:

$$\hat{\mathbf{x}}(f) = (\mathbf{H}^\dagger(f)\mathbf{H}(f) + \sigma^2\mathbf{I})^{-1}\mathbf{H}^\dagger(f)\mathbf{y}(f)$$

2. Choisir, pour chaque utilisateur, le symbole détecté comme étant le symbole de la constellation d'émission le plus proche du symbole estimé à l'étape 1.

5.2.2 Prise en compte des décalages en fréquence

Comme nous l'avons vu précédemment, du fait de l'indépendance entre les différents utilisateurs, chaque utilisateur présentera un décalage en fréquence. Ces décalages en fréquence *différents* empêchent le récepteur de pouvoir synchroniser son oscillateur local sur une bonne fréquence et donc nous obtenons de façon obligatoire des interférences entre les différentes sous-porteuses. Nous pouvons alors modéliser l'ensemble émetteur/récepteur sous la forme d'une matrice prenant en compte l'ensemble des sous-porteuses comme dans (3.13):

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{b}$$

où la matrice canal \mathbf{H} n'est pas bloc diagonale mais une matrice pleine de taille $N_T N_P \times N_R N_P$. Nous pouvons alors directement estimer les valeurs émises conjointement pour l'ensemble des utilisateurs et des sous-porteuses en utilisant la forme:

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{H}^\dagger \mathbf{H} + \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^\dagger \mathbf{y}$$

Cette solution, même si elle est optimale au sens de la minimisation de l'erreur quadratique moyenne, a le gros désavantage d'être très complexe à réaliser. En effet la matrice à inverser $\mathbf{H}^\dagger \mathbf{H} + \sigma^2 \mathbf{I}$ est de taille $N_T N_P \times N_T N_P$, à comparer avec l'inversion de N_P matrices $\mathbf{H}^\dagger(f) \mathbf{H}(f) + \sigma^2 \mathbf{I}$ de taille $N_T \times N_T$ chacune.

Pour simplifier cette estimation, rappelons la forme de la matrice \mathbf{H} :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(0, 0) & \cdots & \mathbf{H}(N_P - 1, 0) \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{H}(0, N_P - 1) & \cdots & \mathbf{H}(N_P - 1, N_P - 1) \end{bmatrix}$$

avec

$$\mathbf{H}(f_t, f_r) = \begin{bmatrix} g(f_t, f_r, 1, 1) & \cdots & g(f_t, f_r, N_T, 1) \\ \vdots & & \vdots \\ g(f_t, f_r, 1, N_R) & \cdots & g(f_t, f_r, N_T, N_R) \end{bmatrix}$$

et

$$g(f_t, f_r, t, r) = h(f_t + \Delta f_t, t, r) \exp j\pi(f_t + \Delta f_t - f_r) \left(1 - \frac{1}{N_P}\right) \frac{\sin(\pi(f_t + \Delta f_t - f_r))}{\sin\left(\frac{\pi}{N_P}(f_t + \Delta f_t - f_r)\right)}$$

Nous pouvons alors voir que plus la distance entre deux sous-porteuses augmente, plus l'interférence entre ces deux sous-porteuses diminue. Nous proposons donc d'utiliser pour la matrice canal un modèle de type bande diagonale. Nous estimons les symboles d'une sous-porteuse en utilisant, en plus de la sous-porteuse d'intérêt, les $2N_v$ sous-porteuses les plus proches. Nous considérons les sous-porteuses non prises en compte comme un bruit blanc gaussien et le modèle utilisé pour estimer les symboles sera alors de la forme:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}(f - N_v) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(f + N_v) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(f - N_v, f - N_v) & \dots & \mathbf{H}(f + N_v, f - N_v) \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{H}(f - N_v, f + N_v) & \dots & \mathbf{H}(f + N_v, f + N_v) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(f - N_v) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(f + N_v) \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} \mathbf{b}(f - N_v) \\ \vdots \\ \mathbf{b}(f + N_v) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}(f - N_v) \\ \vdots \\ \mathbf{n}(f + N_v) \end{bmatrix}$$

Dans cette modélisation \mathbf{b} représente le bruit thermique, blanc et gaussien, et \mathbf{n} représente les effets des décalages en fréquence des sous-porteuses non utiles sur les sous-porteuses d'intérêt. Ce second bruit sera supposé indépendant du premier et gaussien de puissance:

$$\sigma_n^2 = \sum_{t=1}^{N_T} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq [f - N_v, f + N_v]}}^{N_P-1} \left(\frac{\sin(\pi(f + \Delta_{f_t} - k))}{\sin\left(\frac{\pi}{N_P}(f + \Delta_{f_t} - k)\right)} \right)$$

Comme le bruit thermique et celui dû aux décalages en fréquence sont blancs et indépendants entre eux nous les notons sous la forme unique \mathbf{b} avec une puissance:

$$\sigma_{\text{interference}}^2 = \sigma^2 + \sum_{t=1}^{N_T} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq [f - N_v, f + N_v]}}^{N_P-1} \left(\frac{\sin(\pi(f + \Delta_{f_t} - k))}{\sin\left(\frac{\pi}{N_P}(f + \Delta_{f_t} - k)\right)} \right)$$

Pour simplifier les expressions, nous utilisons les notations ci-dessous:

$$\begin{aligned} - \mathbf{x}_{N_v}(f) &= \begin{bmatrix} \mathbf{x}(f - N_v) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(f + N_v) \end{bmatrix} \\ - \mathbf{y}_{N_v}(f) &= \begin{bmatrix} \mathbf{y}(f - N_v) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(f + N_v) \end{bmatrix} \\ - \mathbf{b}_{N_v}(f) &= \begin{bmatrix} \mathbf{b}(f - N_v) \\ \vdots \\ \mathbf{b}(f + N_v) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}(f - N_v) \\ \vdots \\ \mathbf{n}(f + N_v) \end{bmatrix} \\ - \mathbf{H}_{N_v}(f) &= \begin{bmatrix} \mathbf{H}(f - N_v, f - N_v) & \dots & \mathbf{H}(f + N_v, f - N_v) \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{H}(f - N_v, f + N_v) & \dots & \mathbf{H}(f + N_v, f + N_v) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Nous obtenons alors la modélisation suivante:

$$\mathbf{y}_{N_v}(f) = \mathbf{H}_{N_v}(f)\mathbf{x}_{N_v}(f) + \mathbf{b}_{N_v}(f)$$

où $\mathbf{b}_{N_v}(f)$ est un vecteur de bruit blanc Gaussien de matrice de covariance $\sigma_{\text{interference}}^2 \mathbf{I}$. Nous pouvons alors facilement réutiliser le MMSE dans ce cas pour estimer les symboles émis sur les sous-porteuses de $f - N_v$ à $f + N_v$. Nous obtenons alors:

$$\hat{\mathbf{x}}_{N_v}(f) = \left(\mathbf{H}_{N_v}^\dagger(f) \mathbf{H}_{N_v}(f) + \sigma^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{H}_{N_v}^\dagger(f) \mathbf{y}_{N_v}(f)$$

Ce faisant, nous avons estimé l'ensemble des symboles émis par les sous-porteuse de $f - N_v$ à $f + N_v$ alors que nous ne nous intéressons qu'aux symboles émis sur la sous-porteuse f . Nous noterons $\mathbf{G}_{N_v}(f)$ les lignes $N_T N_V + 1$ à $N_T(N_V + 1)$ de la matrice $\left(\mathbf{H}_{N_v}^\dagger(f) \mathbf{H}_{N_v}(f) + \sigma^2 \mathbf{I} \right)^{-1}$, ce qui donne un estimateur des symboles de la sous-porteuse f sous la forme:

$$\hat{\mathbf{x}}(f) = \mathbf{G}_{N_v}(f) \mathbf{H}_{N_v}^\dagger(f) \mathbf{y}_{N_v}(f)$$

Nous obtenons alors un récepteur travaillant en présence de décalages en fréquence et permettant d'utiliser les sous-porteuses voisines pour estimer une sous-porteuse donnée.

Résumons notre récepteur: Pour chaque valeur de f entre 0 et $N_P - 1$

1. Estimer conjointement, pour tous les utilisateurs, la valeur émise sur la sous-porteuse f en utilisant:

$$\hat{\mathbf{x}}(f) = \mathbf{G}_{N_v}(f) \mathbf{H}_{N_v}^\dagger(f) \mathbf{y}_{N_v}(f)$$

2. Sélectionner indépendamment pour chaque utilisateur la valeur du symbole détecté parmi les différents symboles possibles comme étant celui le plus proche du symbole estimé.

Nous pourrions en tirer toute une classe d'estimateurs en considérant que nous estimons conjointement un certain nombre de sous porteuses en utilisant un certain nombre de voisines et sauter de bloc de sous-porteuses en bloc de sous-porteuses. Même si cela a un intérêt pour trouver la solution optimale à un problème donné, l'intérêt théorique est presque inexistant.

5.2.3 Simulations

Nous avons dans cette partie cherché à obtenir par simulations les performances des récepteurs linéaires avec et sans décalage en fréquence. Dans tous les cas nous avons considéré un nombre de sous-porteuses valant $N_P = 64$ et un préfixe cyclique de taille $N_C = 15$.

La figure 5-1 présente différentes configurations d'antennes d'émission et de réception et illustre le fait que malgré l'augmentation du débit total nous n'avons pas de dégradation des performances en terme de taux d'erreur binaire apporté en augmentant le nombre d'antennes d'émission et de réception des systèmes multi-utilisateurs. Cette augmentation du débit se faisant au prix d'une augmentation de la complexité de l'estimation du fait de l'inversion d'une matrice de taille $N_T \times N_T$ ¹.

1. L'inversion d'une matrice de taille N a une complexité en N^3 .

Sur la figure 5-2 nous illustrons l'effet des décalages en fréquence. Nous voyons que l'influence des décalages en fréquence devient vite problématique au-delà d'un décalage de 8%.

Sur la figure 5-3 nous illustrons le gain de performances apporté par l'utilisation de sous-porteuses voisines pour l'estimation des symboles. Nous avons illustré ces performances pour un décalage en fréquence de 10% et pour des valeurs de voisines considérées variant de 0 à 3.

Nous voyons que l'utilisation de plusieurs sous-porteuses pour estimer une sous-porteuse donnée permet d'augmenter les performances. Il faudra alors trouver un compromis entre le complexité du récepteur et les performances que nous désirons atteindre.

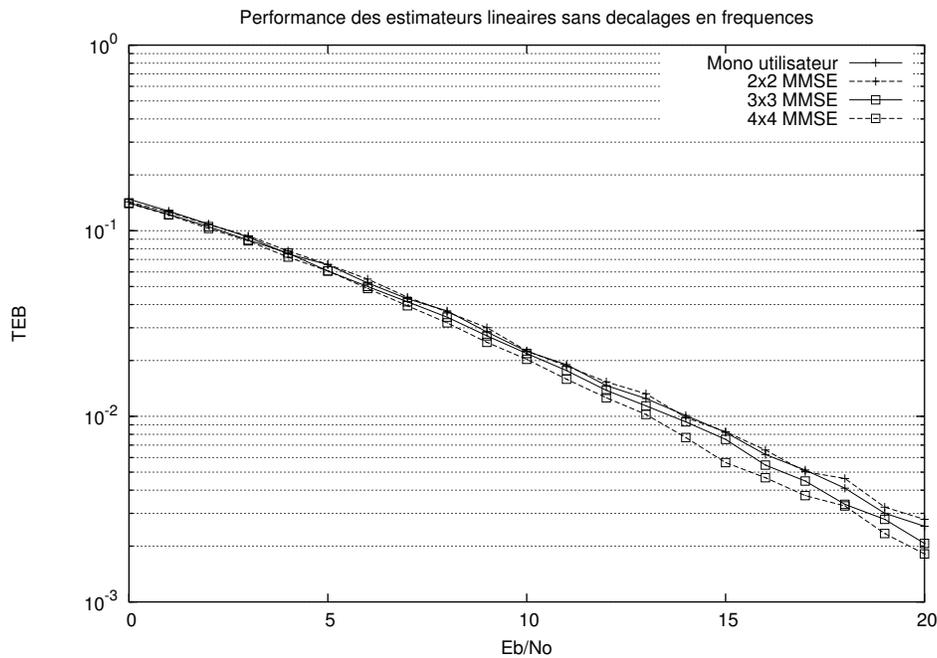


Fig. 5-1 – Performances du récepteur linéaire MMSE en absence de décalage en fréquence

5.3 Récepteurs non-linéaires

Nous allons dans cette seconde partie présenter les récepteurs non-linéaires. Nous présenterons deux types de récepteurs. Le premier a pour but d'améliorer les performances dans le cas de décalages en fréquence. Pour cela, nous reprenons l'architecture du Decision Feedback Equalizer (DFE). Ce récepteur va, après la détection des symboles émis d'une sous-porteuse, annuler la contribution de ces symboles sur les autres sous-porteuses. Par rapport au DFE classique [40] dans un cas mono-porteuse, nous ne supprimons pas l'influence d'un trajet sur les autres trajets du signal reçu mais l'influence d'une sous-porteuse sur les autres sous-porteuses sur le signal reçu. Le second est le Maximum A Posteriori (MAP). Nous cherchons à décoder les symboles en nous basant sur leur probabilité a posteriori (connaissant l'observation). Donc, partant de la probabilité d'émission a posteriori de

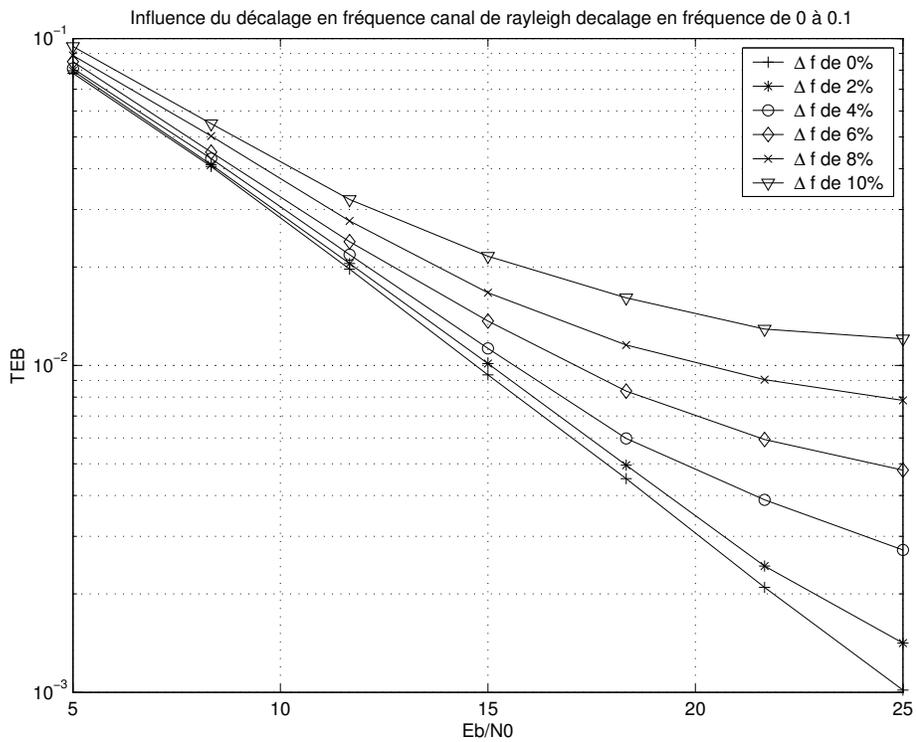


Fig. 5-2 – Effet des décalages en fréquence sur les performances du système utilisant un récepteur MMSE.

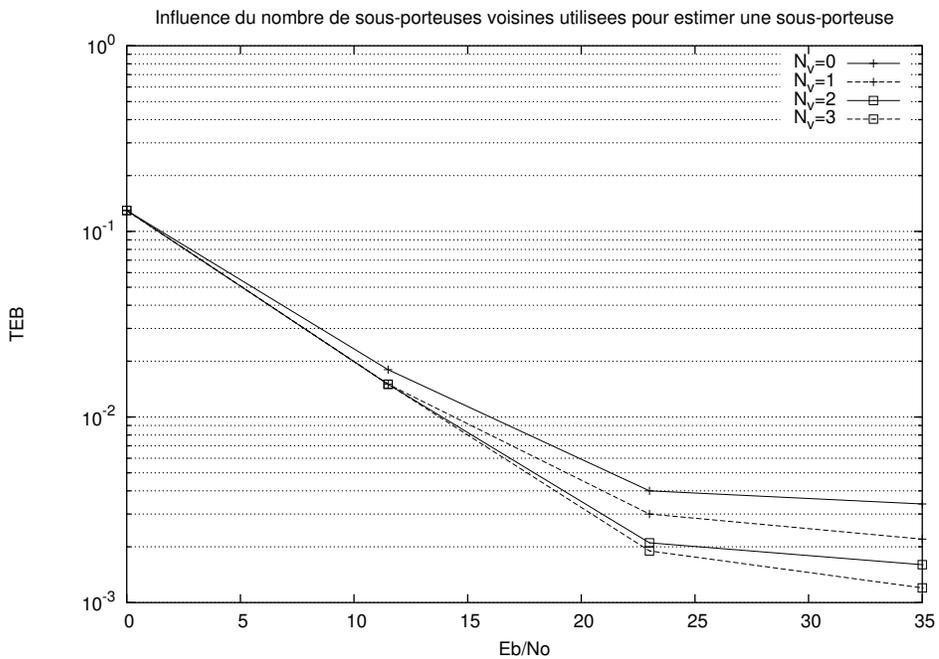


Fig. 5-3 – Influence des sous-porteuses voisines dans le cas d'un décalage en fréquence de 10%.

tous les symboles émis possibles, soit nous transmettons directement ces probabilités au décodeur de canal, soit nous effectuons une détection en considérant comme le symbole émis celui ayant la probabilité maximum. Du fait de la complexité de cette méthode, nous ne traiterons cet estimateur que dans le cas sans décalage en fréquence.

5.3.1 DFE

Nous allons donc proposer un récepteur, présenté figure 5.4. Cette structure est récursive sur les sous-porteuses. Elle comporte deux filtres. Le premier (**F**), filtre amont, servant à estimer les symboles émis sur la sous-porteuse d'intérêt f . Et, après détection, le second filtre (**B**), filtre aval, sert à supprimer l'influence de la sous-porteuse f sur les sous-porteuses suivantes. Le filtre amont (**F**) est déduit de celui du MMSE et le filtre aval (**B**) est lui déduit du canal.

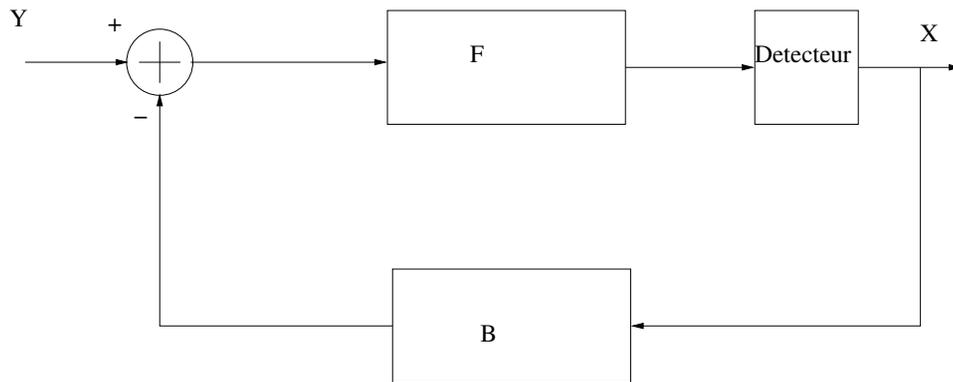


Fig. 5.4 – Principe du DFE pour supprimer l'influence des sous-porteuses après leur détection

5.3.1.1 Caractérisation du filtre amont

Comme nous l'avons énoncé précédemment, le filtre amont est déduit du MMSE, et sert à estimer les symboles émis sur la sous-porteuse f . Cependant, à l'opposé de la partie précédente, seules les sous-porteuses suivantes de la sous-porteuse d'intérêt (f) seront considérées comme perturbant le système. En effet, les influences des sous-porteuses précédant la sous-porteuse d'intérêt ont été annulées par le filtre aval. Nous n'aurons donc pas à prendre en compte les sous-porteuses voisines précédentes. Si les symboles des sous-porteuses précédentes ont tous été correctement détectés, nous obtenons alors une modélisation de la forme (la justification de cette modélisation se fait par récurrence en suivant le principe du DFE):

$$\mathbf{y}^f = \mathbf{H} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \mathbf{x}(f) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(N_P - 1) \end{bmatrix} + \mathbf{b}$$

où \mathbf{y}^f correspond au signal reçu (puis transformé) tel qu'il est à l'étape f (l'indice désignant donc l'étape du DFE).

L'estimateur des symboles émis sur la sous-porteuse f en utilisant les N_v sous-porteuses voisines suivantes, au sens du MMSE, est alors de la forme:

$$\hat{\mathbf{x}}(f) = \mathbf{G}_{0,N_v}(f) \mathbf{H}_{0,N_v}^\dagger(f) \begin{bmatrix} \mathbf{y}^f(f) \\ \vdots \\ \mathbf{y}^f(N_P - 1) \end{bmatrix}$$

où $\mathbf{H}_{0,N_v}(f) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(f, f) & \dots & \mathbf{H}(f + N_v, f) \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{H}(f, f + N_v) & \dots & \mathbf{H}(f + N_v, f + N_v) \end{bmatrix}$ et $\mathbf{G}_{0,N_v}(f)$ est la matrice

constituée des N_T premières lignes de la matrice $\left(\mathbf{H}_{0,N_v}^\dagger(f) \mathbf{H}_{0,N_v}(f) + \sigma_{\text{interference}}^2 \mathbf{I} \right)^{-1}$.

En utilisant les valeurs estimées sur la sous-porteuse f , nous prenons une décision, indépendamment par utilisateur, afin d'obtenir $\hat{\mathbf{x}}_d(f)$.

5.3.1.2 Caractérisation du filtre aval

Le filtre aval revient à supprimer l'influence des symboles de la sous-porteuse f qui viennent d'être détectés. Pour ce faire nous allons soustraire du signal reçu \mathbf{y}^f le vecteur:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}(0, f) \\ \vdots \\ \mathbf{H}(N_P - 1, f) \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_d(f)$$

Si la détection des symboles est parfaite pour la sous-porteuse f , $\hat{\mathbf{x}}_d(f) = \mathbf{x}(f)$, nous obtiendrons alors la simplification du signal reçu sous la forme:

$$\mathbf{H} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \mathbf{x}(f) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(N_P - 1) \end{bmatrix} + \mathbf{b} - \mathbf{H} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_d(f) \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \mathbf{x}(f + 1) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(N_P - 1) \end{bmatrix} + \mathbf{b}$$

Nous obtenons alors la relation de récurrence:

$$\mathbf{y}^{f+1} = \mathbf{y}^f - \mathbf{H} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{x}}_d(f) \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Le filtre aval pour l'étape f est donc la réponse du canal associé à la sous-porteuse d'émission f , \mathbf{H}^f .

Résumons alors l'estimateur DFE avec décalage en fréquence: Nous effectuerons ces opérations successivement pour toutes les valeurs de f , nous notons \mathbf{y}^f la valeur du signal reçu puis transformé tel qu'il apparaît avant l'estimation de la sous-porteuse f .

1. Estimer la valeur des symboles émis pour la sous-porteuse f en effectuant

$$\hat{\mathbf{x}}(f) = \mathbf{G}_{0,N_v}(f) \mathbf{H}_{0,N_v}^\dagger(f) \begin{bmatrix} \mathbf{y}^{f-1}(f) \\ \vdots \\ \mathbf{y}^{f-1}(N_P - 1) \end{bmatrix}$$

2. Détecter les valeurs émises en comparant indépendamment par utilisateur l'estimée et les différentes valeurs émises possibles afin d'obtenir $\hat{\mathbf{x}}_d(f)$.
3. Utiliser la valeur détectée pour annuler les interférences associées à la sous-porteuse et obtenir ainsi le signal devant être traité à l'étape $f + 1$.

$$\mathbf{y}^{f+1} = \mathbf{y}^f - \mathbf{H} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{x}}_d(f) \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

5.3.1.3 Simulations

Dans un second temps, nous avons cherché à obtenir les performances dans le cas de décalages en fréquence. En nous plaçant dans le cas d'un système 2x2 avec 20% de décalage en fréquence entre les utilisateurs, nous comparons la différence de performances entre un DFE et un MMSE, les deux utilisant $2 * 3$ sous-porteuses voisines pour l'estimation d'une sous-porteuse. Dans la figure 5-5 nous avons illustré le gain de performances acquis grâce à l'utilisation du DFE. Ce dernier supprimant une partie des interférences entre sous-porteuses, fait baisser le plancher d'erreur.

5.3.2 Principe du MAP

Nous allons chercher à obtenir maintenant pour chaque bit la probabilité qu'il ait été émis à 1 sachant le signal reçu². Nous considérons le canal comme étant déterministe et

2. Comme par définition un bit ne peut prendre que deux états nous savons que la probabilité que le même bit soit à 0 vaut un moins la probabilité que le bit soit à 1.

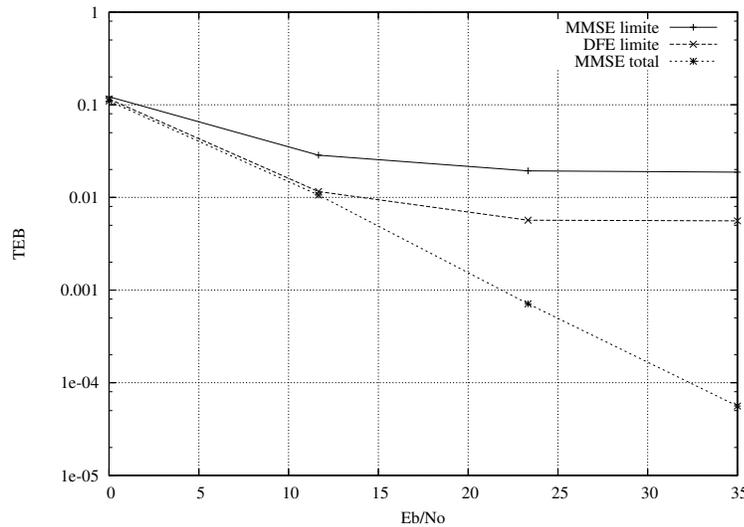


Fig. 5.5 – Comparaison des performances du DFE et du MMSE en présence de décalages en fréquence

les entrées discrètes et équiprobables. Afin de mener à bien les calculs nous utilisons la formule de Bayes et la formule des probabilités totales [38].

Ensuite dans l'utilisation de ces probabilités deux solutions s'offrent à nous. Premièrement faire une détection des bits émis en comparant la probabilité d'être à 1 avec $\frac{1}{2}$ (si $p(b = 1) > \frac{1}{2}$ alors $b = 1$ si $p(b = 1) < \frac{1}{2}$ alors $b = 0$ et si $p(b = 1) = \frac{1}{2}$ nous sommes en présence d'une indétermination). Deuxièmement, transmettre ces probabilités au décodeur canal, et ainsi faire un passage d'information souple entre l'estimateur des bits et le décodeur canal. Nous notons dans ce second cas les probabilités sous la forme de LLRs (Log Likelihood Ratio) qui représentent le logarithme du rapport entre la probabilité qu'un bit soit à 1 sur celle qu'il soit à 0, la justification de cette notation est présente dans [24]. Comme nous le verrons cette formulation permet de simplifier l'expression du LLR dans le cas mono-utilisateur avec un bruit blanc gaussien.

Du fait de la trop grande complexité calculatoire du cas avec décalage en fréquence nous ne présentons que le cas sans décalage en fréquence.

5.3.2.1 Présentation dans le cas mono-utilisateur

Le but du MAP est donc double, détecter les bits émis par chaque utilisateur et estimer la probabilité de ces bits. Afin de simplifier les notations nous ne traiterons que le cas BPSK, nous confondrons alors bits et symboles. Nous expliquerons à la fin de la présentation comment traiter le cas d'autres modulations. Comme expliqué dans l'introduction:

$$\text{LLR}(f) = \ln \left(\frac{p(x(f) = 1 | y(f); h(f))}{p(x(f) = -1 | y(f); h(f))} \right) \quad (5.3)$$

Nous pourrions alors facilement trouver le symbole le plus probable en se basant sur le signe du LLR. Nous ne pouvons expliciter directement ce LLR car nous ne connaissons pas

l'expression de $p(x(f) = \pm 1 | y(f); h(f))$ nous allons alors utiliser la règle de Bayes pour se ramener à un LLR dépendant de la vraisemblance a postériori $p(y(f) | x(f) = \pm 1; h(f))$.

$$\text{LLR}(f) = \ln \left(\frac{p(y(f) | x(f) = 1; h(f)) p(x(f) = 1)}{p(y(f) | x(f) = -1; h(f)) p(x(f) = -1)} \right)$$

Nous savons que les symboles émis sont équiprobables nous allons donc pouvoir simplifier par $p(x(f) = \pm 1)$. De plus nous savons que $p(y(f) | x(f) = -1; h(f))$ est gaussien de variance σ^2 donc:

$$\begin{aligned} \text{LLR}(f) &= \ln \left(\frac{\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|y(f) - h(f)\|^2\right)}{\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|y(f) + h(f)\|^2\right)} \right) \\ &= -\frac{1}{2\sigma^2} \|y(f) - h(f)\|^2 + \frac{1}{2\sigma^2} \|y(f) + h(f)\|^2 \\ &= \frac{2}{\sigma^2} \Re(y^*(f) h(f)) \end{aligned}$$

Nous étendons facilement l'expression au cas mono-utilisateur multi-capteurs sous la forme:

$$\text{LLR}(f) = \frac{2}{\sigma^2} \Re(\mathbf{y}^\dagger(f) \mathbf{h}(f)) \quad (5.4)$$

où $\mathbf{y}(f)$ et $\mathbf{h}(f)$ sont des vecteurs contenant respectivement l'ensemble des coefficients du canal pour la sous-porteuse f et l'ensemble des symboles reçus pour la sous-porteuse f . L'expression du fait de l'hypothèse de bruit blanc gaussien et du cas mono-utilisateur est alors très simple.

5.3.2.2 Extension dans le cas multi-utilisateurs

Dans le cas multi-utilisateurs nous allons chercher à obtenir l'expression du LLR pour chaque utilisateur et chacune des sous-porteuses.

$$\text{LLR}(f, t) = \ln \left(\frac{p(x(f, t) = 1 | \mathbf{y}(f); \mathbf{H}(f))}{p(x(f, t) = -1 | \mathbf{y}(f); \mathbf{H}(f))} \right)$$

Comme précédemment, nous ne savons pas exprimer $p(x(f) = \pm 1 | \mathbf{y}(f); \mathbf{H}(f))$ en revanche nous savons exprimer $p(\mathbf{y}(f) | \mathbf{x}(f); \mathbf{H}(f))$. Nous allons donc chercher à ramener l'expression du LLR à une expression dépendant de $p(\mathbf{y}(f) | \mathbf{x}(f); \mathbf{H}(f))$. Pour ce faire nous utilisons la formule des probabilités totales.

$$\begin{aligned} p(x(f, t) = 1 | \mathbf{y}(f); \mathbf{H}(f)) &= \frac{p(x(f, t) = 1, \mathbf{y}(f); \mathbf{H}(f))}{p(\mathbf{y}(f))} \\ &= \frac{\sum_{\mathbf{x}(f) \in \mathcal{E}_1^t} p(\mathbf{x}(f), \mathbf{y}(f); \mathbf{H}(f))}{p(\mathbf{y}(f))} \\ &= \frac{\sum_{\mathbf{x}(f) \in \mathcal{E}_1^t} (p(\mathbf{y}(f) | \mathbf{x}(f); \mathbf{H}(f)) p(\mathbf{x}(f)))}{p(\mathbf{y}(f))} \end{aligned} \quad (5.5)$$

où \mathcal{E}_1^t est l'ensemble des vecteurs émis tel que l'utilisateur t est envoyé le symbole 1. En utilisant (5.5) et l'équiprobabilité des symboles émis nous obtenons le LLR pour la sous-porteuse f et l'utilisateur t :

$$\text{LLR}(f, t) = \ln \left(\frac{\sum_{\mathbf{x}(f) \in \mathcal{E}_1^t} p(\mathbf{y}(f) | \mathbf{x}(f); \mathbf{H}(f))}{\sum_{\mathbf{x}(f) \in \mathcal{E}_{-1}^t} p(\mathbf{y}(f) | \mathbf{x}(f); \mathbf{H}(f))} \right) \quad (5.6)$$

Nous ne pouvons pas simplifier l'expression (5.6) comme nous l'avons fait pour l'expression de (5.4).

Dans le cas mono-utilisateur où la constellation n'est pas à deux états nous reprenons le même type de calcul que dans le cas multi-utilisateurs mais au lieu de sommer sur les utilisateurs nous sommes sur l'ensemble des éléments de la constellation dont le bit d'intérêt est à 1 (pour le numérateur) ou 0 (pour le dénominateur). Dans le cas multi-utilisateurs à constellation non binaire nous ne devons sommer que les utilisateurs et sur les éléments de la constellation.

5.3.3 Simulations

Nous allons dans un premier temps comparer le récepteur non-linéaire MAP au récepteur linéaire MMSE dans un cas sans décalage en fréquence. Pour ce faire en nous plaçant dans le cas d'une modulation OFDM à $N_P = 100$ sous-porteuses, nous testons différents systèmes: mono-utilisateur/mono-récepteur, puis deux, trois et quatre utilisateurs et récepteurs. Ces simulations, présentées figure 5-6, montrent clairement l'avantage des récepteurs non linéaires. En effet là où les récepteurs linéaires n'apportent pas de gain en terme de taux d'erreur binaire lorsque le nombre d'utilisateurs et de récepteurs augmentent, le récepteur non-linéaire présente un gain de performances. Ce gain se traduisant par une pente plus importante de la courbe du taux d'erreur binaire. Cependant, nous passons d'un système de complexité N^3 (MMSE) à un système de complexité 2^N (MAP). Ceci signifie que lorsque le nombre d'utilisateur augmente trop l'utilisation du MAP devient trop complexe.

Notons que, en comparaison avec le MAP, le DFE garde une complexité en N^3 et non en 2^N . Cependant, même si ce récepteur a l'avantage de ne pas être beaucoup plus complexe, il ne permet pas de passer une information souple entre l'estimateur de symboles et le décodeur de canal.

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons séparé les récepteurs en deux classes: les récepteurs non linéaires et les récepteurs linéaires. Dans la classe des récepteurs linéaires, nous trouvons le MMSE. Dans la classe des récepteurs non-linéaires, nous trouvons le DFE et le MAP. Dans le cadre de l'interfaçage avec le décodeur de canal, la meilleure solution est de différencier les différentes structures en fonction de leurs sorties. Dans ce cas, nous aurons d'un côté le MMSE et le DFE qui sont basés sur l'inversion de matrice canal $\mathbf{H}(f)$, et de l'autre le MAP, basé sur le calcul de la probabilité d'émission des différents bits.

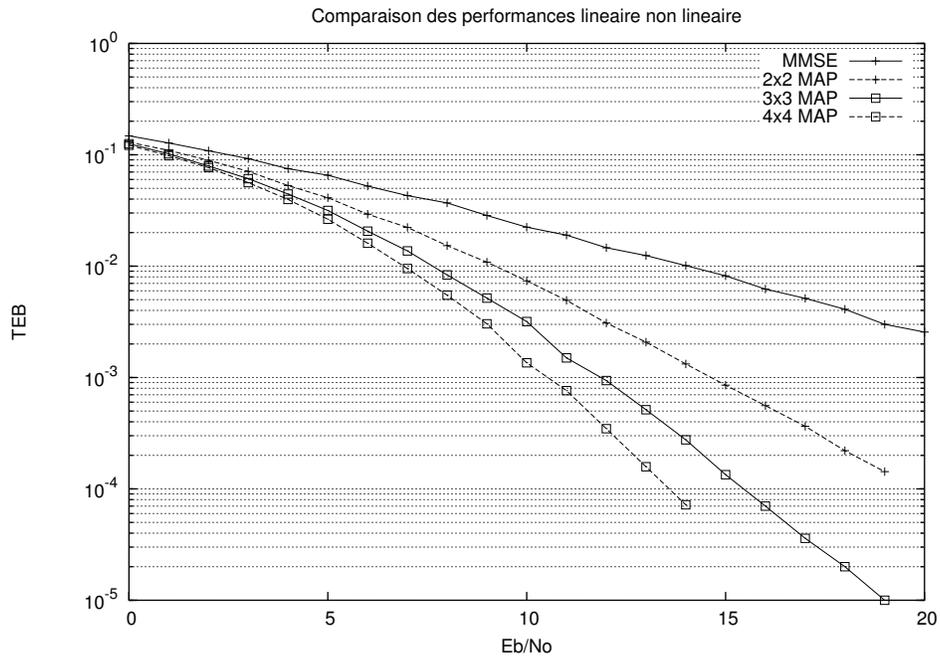


Fig. 5.6 – Performances des différents récepteurs cas mono-utilisateur fréquence parfaite

En plus de donner de meilleures performances en sortie d'estimateur de symboles cette dernière structure permet au décodeur canal de beaucoup mieux fonctionner. Ces bonnes performances du MAP se paient au prix d'une augmentation de la complexité du récepteur (N^3 pour le MMSE et 2^N pour le MAP où N est le nombre d'utilisateurs).

Le choix du récepteur pour la suite de notre étude se porte sur le MAP. En effet, le MAP donne les meilleures performances car il permet en particulier de passer une information souple au décodeur de canal. De plus, comme nous nous plaçons dans le cas d'un faible nombre d'émetteurs les effets de la complexité exponentielle du récepteur MAP sont moins importants et laissent penser à une implémentation réalisable avec les composants actuels.

Chapitre 6

Performances du système complet

6.1 Introduction

Dans la suite du document, nous allons nous intéresser aux performances du système complet, en utilisant en particulier un codage correcteur d'erreur. Le gain apporté par le codage sur un système multi-émetteurs/multi-capteurs (MIMO) est présenté dans l'article [3]. Nous nous intéresserons ici au cas multi-utilisateurs à l'émission.

L'ouvrage [4] présente différents types de codes. Dans notre étude, nous utilisons les codes convolutifs. Ces codes ont gagné tout leur intérêt au moment de l'introduction d'une méthode de décodage basée sur le critère du maximum de vraisemblance, l'algorithme de Viterbi, introduit dans [61]. L'article [27] présente l'utilisation de l'algorithme de Viterbi à d'autres applications que le décodage des codes convolutifs. Les performances de l'algorithme de Viterbi ont été étudiées dans [62] et dans [63]. Ces performances étant dérivées pour un cas de canal additif gaussien, l'article [22] propose les performances pour le cas d'un canal de Rayleigh. Nous nous basons sur ces travaux pour étudier les performances du système complet dans le chapitre 6.

Nous commençons par la présentation du codage convolutif, de l'algorithme de Viterbi et le principe du calcul des performances des codes convolutifs en présence d'un canal de Rayleigh multi-utilisateurs (alors que les seuls travaux existant présentent ces résultats dans un cas mono-utilisateur). Cette présentation est composée de deux sections. La première présentant les différents aspects du code convolutif et la seconde présentant le principe du calcul des performances de ces codes.

Pour obtenir les performances du système nous procéderons en trois parties. Nous commencerons par dériver les performances pour un système sans décalage en fréquence. Cette dérivation se fera d'abord dans le cas mono-utilisateur en utilisant [22] puis elle sera étendue au cas multi-utilisateurs et présentera un résultat original de notre travail. La difficulté réside dans le fait de tenir compte des interférences entre utilisateurs qui sont généralement négligées. Ensuite, nous ajouterons les effets du décalage en fréquence. Ces effets peuvent être modélisés comme une dégradation du rapport signal sur bruit comme nous l'avons vu au chapitre 3. Nous intégrerons ces effets dans les performances d'un système multi-utilisateurs. Enfin, la validité de ces performances sera présentée par comparaison avec des simulations.

La dérivation de ces performances a fait l'objet de plusieurs publications. [50] présente une méthode pour trouver les performances analytiques en modélisant les LLRs comme un processus gaussien (non présenté dans le manuscrit). [49] améliore l'article précédent en ajoutant l'effet des interférences entre utilisateurs. [47] et [48] présentent les performances du système dans un cas sans décalage en fréquence et [46] ajoute les effets des décalages en fréquence.

6.2 Codage et décodage d'un code convolutif

Nous séparerons la description des codes convolutifs en deux sous-sections. La première sous-section présente le codage et ensuite une seconde sous-section s'intéresse au décodage.

6.2.1 Description du code convolutif

Les codes convolutifs sont gérés par une horloge qui fait progresser les bits émis dans une mémoire (de taille variable) et donne en sortie deux valeurs dépendantes des éléments présents dans la mémoire. Généralement les codes sont décrits par leurs polynômes générateurs. Sur la figure 6-1, nous avons représenté un code de taille de mémoire 3 et de polynômes générateurs $\mathbf{g}_1 = [1, 0, 1] = 5_8$ et $\mathbf{g}_2 = [1, 1, 1] = 7_8$. Ce code est dit (5,7). Dans cette représentation en octale, chaque 1 représente une liaison entre la case mémoire et la sortie du codeur.

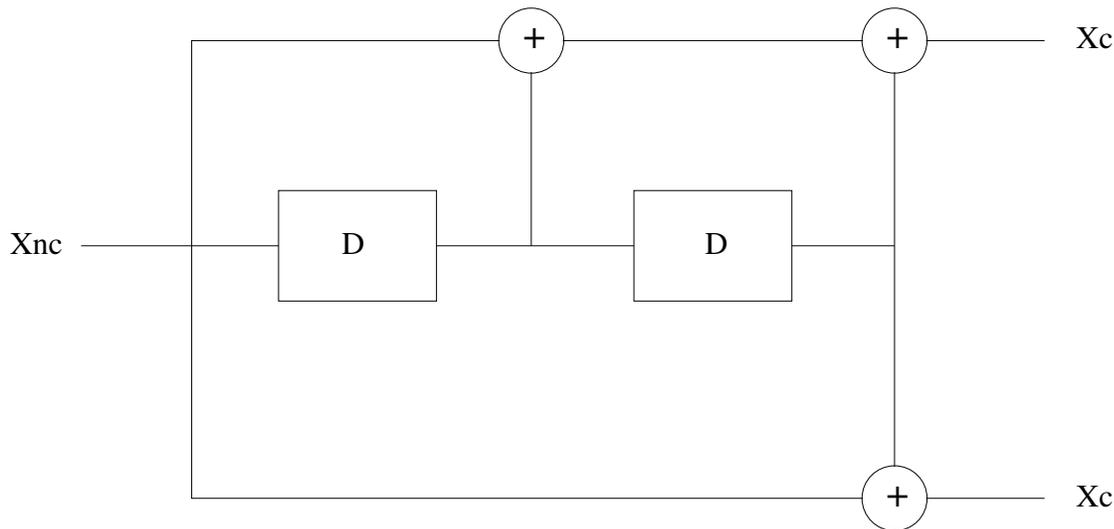


Fig. 6-1 – Principe du codeur convolutif (5,7)

6.2.1.1 Représentation matricielle

Si nous supposons que le code est de longueur finie et que nous transmettons à la fin de ce code 3 zéros afin de vider la mémoire, nous pourrions utiliser une représentation matricielle du codage.

$$\mathbf{x}_c = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & \ddots & & & & \\ & & & \ddots & & & \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{nc}$$

où \mathbf{x}_c sont les bits codés, \mathbf{x}_{nc} les symboles non codés et les opérations de sommation ont lieu dans le corps $(0,1)$. La matrice de codage est de taille $N \times 2N$ où N est le nombre de symboles à coder (N valant généralement plus de 100). Cette représentation permet de faire le rapprochement avec les codes en blocs mais ne permet pas de cerner les avantages et la simplification du décodage d'un code convolutif. Nous n'utiliserons donc pas cette notation dans la suite du travail.

6.2.1.2 Représentation par un treillis

Si nous étudions le fonctionnement du codeur convolutif nous nous apercevons que l'influence des symboles n'a qu'une durée de trois coups d'horloge. Nous sommes en présence d'un système à quatre états et chaque nouveau bit entrant implique la transition vers un nouvel état et l'émission de deux bits codés. Il s'agit donc d'un processus de Markov discret [38]. Nous allons donc de façon avantageuse représenter le code convolutif par le biais d'un treillis (figure 6.2). Sur ce treillis, les noeuds représentent les états et les transitions les transitions entre ces différents états. Les chemins en trait plein correspondent à un bit entrant à 0 et les chemins en pointillés à un bit entrant à 1. Les deux chiffres au-dessus du chemin correspondent aux bits émis durant la transition. L'opération de codage est donc le parcours, suivant les bits utiles, du treillis du code. Les bits codés sont alors lus sur les transitions entre les différents états du treillis. Le décodage, comme on le verra par la suite, revient à choisir le chemin le plus probable, sachant le signal reçu, parmi les chemins du treillis du code.

6.2.1.3 Représentation par diagramme d'état

La structure répétitive du treillis nous laisse penser à une représentation plus simple. En effet, nous pouvons également représenter le code convolutif sous la forme d'un diagramme d'état cette représentation permettant de trouver facilement les performances du code convolutif (figure 6.3). Dans cette représentation, nous n'indiquons que les quatre états du treillis avec leurs transitions.

Du fait de la linéarité du code, toutes les séquences émises présentent les mêmes performances. Nous choisissons donc, pour faciliter le calcul des performances analytiques, de traiter le cas du décodage de la séquence de bits tout à zéro. Nous allons donc nous intéresser aux transitions partant de l'état zéro car ce sont celles impliquant des erreurs.

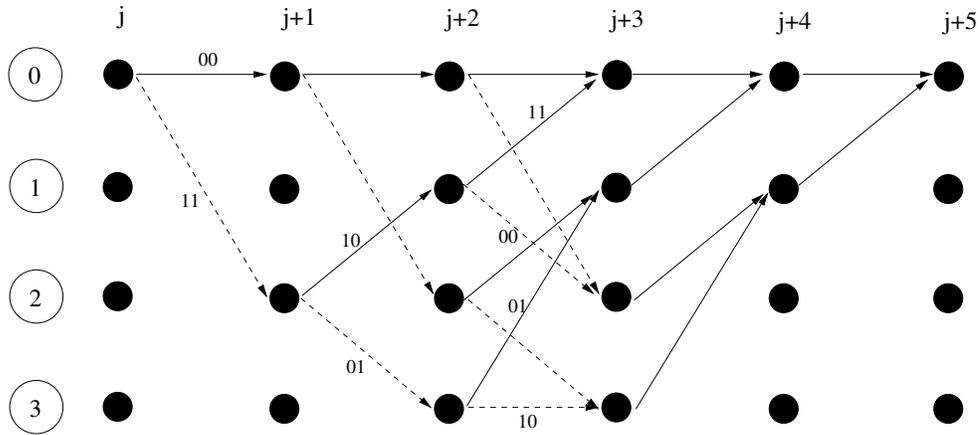


Fig. 6-2 – Treillis du codeur covololutif (5,7)

Pour chaque transition nous ajoutons trois paramètres. Le premier est la distance de Hamming de la transition à la transition nulle [64]. Le second est un compteur de la longueur du chemin total et accumule donc 1 à chaque transition. Le dernier paramètre est celui marquant que cette transition est due à un symbole à 1 en entrée. Nous marquons ces différents paramètres par les indices respectifs de Z , L et I .

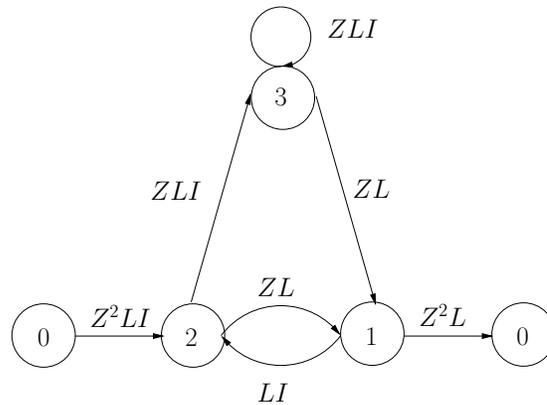


Fig. 6-3 – Diagramme d'état du codeur covololutif (5,7)

6.2.2 Description de l'algorithme de Viterbi

Dans la sous-section précédente, nous avons exprimé l'idée sous-jacente au décodage des codes convolutifs: choisir sur le treillis du code le chemin le plus probable parmi tous les

chemins possibles. Cependant, cette solution devient inutilisable dans le cas où le nombre d'états et/ou où la taille des mots de codes augmente (le second paramètre étant en règle générale le paramètre limitant). Ainsi, pour quatre états et une taille de mot de code de vingt, nous aurons le choix parmi plus d'un million de trajets. Nous allons donc exploiter la propriété markovienne du codeur convolutif et tenter de tronçonner le choix du chemin le plus probable.

La propriété markovienne du code convolutif implique que la probabilité d'être dans un état donné ne dépend que de la probabilité d'être dans un des états antérieurs menant vers cet état et de la probabilité de transition des états antérieurs vers l'état donné. Nous avons pour chaque état deux chemins qui y arrivent. Nous allons alors choisir parmi ces deux chemins celui de probabilité maximale comme chemin sélectionné et nous supprimerons l'autre chemin. En effet, le chemin de probabilité la plus faible ne pourra pas avoir une probabilité qui augmente par apport à l'autre. La métrique du chemin survivant arrivant à un état donné est obtenu par l'équation:

$$m_{j+1}(l) = \arg \min_{l' \in \text{precedant } l} (m_j(l') + t_{j \rightarrow j+1}(l', l))$$

où $m_j(l)$ est la métrique associée à l'état l et à l'instant j . $t_{j \rightarrow j+1}(l', l)$ est la métrique de la transition entre l'état l' et l'état l se passant de l'instant j à l'instant $j + 1$.

6.3 Borne de probabilité pour les codes convolutifs

Nous allons dans cette seconde section exprimer les performances analytiques du codage canal en sortie de l'algorithme de Viterbi.

Nous cherchons la probabilité de décoder un bit de façon erronée et nous notons cette probabilité P_b . Pour effectuer la dérivation de cette probabilité nous prenons plusieurs hypothèses:

1. Mot de code de longueur infinie.
2. Tous les utilisateurs émettent la même séquence constituée uniquement de bits à 0 (ceux-ci correspondant à des symboles à 1).
3. Nous cherchons les performances du premier utilisateur.

La première hypothèse amène une dégradation de la finesse des performances analytiques obtenues. Les deux suivantes sont sans influence comme nous le démontrerons dans la suite.

Afin de déterminer le taux d'erreur binaire, nous utilisons la borne de Viterbi, [64], que nous allons rappeler ici. Cette borne, supérieure, met en relation la probabilité d'erreur (P_b) avec la probabilité (P_d) de choisir un mauvais chemin de distance de Hamming d . Nous utilisons le terme taux d'erreur binaire dans le cas de simulations et le terme de P_b dans le cas de performances analytiques.

Cette section sera partagée en deux sous-sections. Dans la première, nous justifierons les hypothèses 2 et 3 et nous expliciterons notre démarche basée sur la borne de Viterbi. Dans la seconde sous-section nous présenterons le calcul de P_d élément indispensable à l'expression de P_b .

6.3.1 Justification des hypothèses et de la démarche

6.3.1.1 Simplification du modèle

Nous allons prouver que, comme notre système est symétrique, le taux d'erreur binaire ne dépend ni de l'émetteur, ni des séquences transmises par les différents utilisateurs.

Lemme: 1 *Sous les hypothèses suivantes:*

- $\mathbf{x}(k)$ est un vecteur constitué de N_T valeurs complexes de module constant (suivant une constellation de type M-PSK).
- $\mathbf{H}(k)$ est une matrice de taille $N_T \times N_R$ constituée des coefficients de Rayleigh.
- $\mathbf{1}$ est un vecteur de N_T éléments égaux à 1.
- $\mathbf{b}(k)$ est un vecteur de bruit blanc gaussien.

Alors les modèles $\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}(k)$ et $\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{1} + \mathbf{b}(k)$ ont des performances équivalentes lorsque celles-ci sont moyennées suivant $\mathbf{H}(k)$.

Preuve du lemme: Le vecteur transmis est constitué de valeurs de la forme $\exp(i\phi(t, k))$ avec $\phi(t, k) \in [0, 2\pi]$ et nous avons donc $\mathbf{x}(k) = [\exp(i\phi(1, k)), \dots, \exp(i\phi(N_T, k))]^T$. Nous dérivons alors l'égalité:

$$\mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) = \mathbf{H}(k) \begin{bmatrix} \exp(i\phi(1, k)) & & & \\ & \ddots & & \\ & & \exp(i\phi(N_T, k)) & \\ & & & \end{bmatrix} \mathbf{1}$$

comme $\mathbf{H}(k)$ est une matrice de Rayleigh et que $\exp(i\phi(t, k))$ est normalisée, alors

$$\mathbf{H}(k) \begin{bmatrix} \exp(i\phi(1, k)) & & & \\ & \ddots & & \\ & & \exp(i\phi(N_T, k)) & \\ & & & \end{bmatrix} \text{ est également une matrice de Rayleigh.}$$

Ceci nous amène au fait qu'en moyennant les performances par $\mathbf{H}(k)$, utiliser $\mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k)$ et $\mathbf{H}(k)\mathbf{1}$ donne les mêmes résultats.

Donc, dans le but de simplifier la dérivation des performances analytiques de notre système, nous allons considérer que tous les utilisateurs émettent une séquence constituée de zéro (1 pour les symboles). Dans la suite nous appellerons "le chemin correct" la séquence correspondant à des bits tout à zéro (ou des symboles tout à 1). Nous simplifions la modélisation en utilisant la forme:

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{1} + \mathbf{n}(k) \quad (6.1)$$

De plus, nous considérerons le premier utilisateur comme l'utilisateur utile.

6.3.1.2 Borne de Viterbi

Nous allons chercher à justifier et expliciter l'expression de la borne de Viterbi [64]:

$$P_b \leq \sum_{d=d_{\text{libre}}}^{\infty} c_d P_d \quad (6.2)$$

où dans cette expression P_b est la probabilité d'erreur par bit en sortie de l'algorithme de Viterbi, c_d est la moyenne sur les différents trajets de distance de Hamming d du nombre de bits faux et P_d est la probabilité de choisir un chemin faux qui soit à la distance de Hamming d du chemin correct.

Pour réaliser ce calcul, nous allons considérer que les zones où un chemin est faux sont entièrement différentes du chemin correct. Nous regroupons ces zones par leur distance de Hamming d et notons P_d la probabilité de choisir une zone de distance de Hamming d . En notant c_d le nombre moyen de bits faux de tous les chemins de distance de Hamming d du chemin correct, nous obtenons que:

$$P_b \leq \sum_{d=d_{\text{libre}}}^{\infty} c_d P_d$$

Remarquons qu'une séquence reçue considéré de façon locale peut faire passer le chemin décidé par une zone fautive alors que la même séquence reçue mais considérée de façon globale ne fera pas passer le chemin décidé par cette même zone fautive. Ceci justifie le fait d'obtenir une borne supérieure.

Passons maintenant au calcul de c_d qui correspond à la moyenne, sur tous les chemins de distance de Hamming d , du nombre de bits faux. Pour ce faire nous utilisons la modélisation par diagramme d'état de la figure 6.3. Ce diagramme d'état permet de représenter tous les chemins faux et nous allons chercher à construire la fonction génératrice des paramètres des différents chemins. Pour ce faire nous utilisons le système d'équations:

$$\begin{cases} \xi_2 &= Z^2 L I + L I \xi_1 \\ \xi_1 &= Z L \xi_2 + Z L \xi_3 \\ \xi_3 &= Z L I \xi_2 + Z L I \xi_3 \end{cases}$$

Ce système d'équation nous donne la fonction génératrice:

$$\begin{aligned} T(Z, L, I) &= \frac{Z^5 L^3 I}{1 - ZL(1 + L)I} \\ &= Z^5 L^3 I + Z^6 L^4 (1 + L) I^2 + \dots + Z^{5+k} L^{3+k} (I + L)^k I^{1+k} \end{aligned} \quad (6.3)$$

Rappelons que l'exposant de Z représente la distance de Hamming du chemin, celui de L représente la longueur du chemin et celui de I le nombre de bits à 1 émis correspondant à la séquence fautive. L'équation (6.3) permet de déterminer les caractéristiques de l'ensemble des chemins faux. Ainsi nous avons un chemin faux de distance de Hamming 1 celui-ci ayant une longueur de 3 et comportant une fois la valeur 1. Nous avons 2 chemins de distance de Hamming 6 l'un de longueur 4, l'autre de longueur 5 et les deux comportant 2 fois la valeur 1. Nous obtenons alors facilement le nombre de bits faux correspondant aux chemins de Hamming de distance d .

6.3.2 Calcul de P_d

Notre but est toujours de dériver les performances analytiques de notre système. Pour ce faire, nous utilisons la formule de la borne de Viterbi (6.2). Dans la sous-section précédente

nous avons justifié cette borne et explicité la valeur de c_d . Nous allons dans cette partie expliciter P_d qui correspond à la probabilité de choisir un mauvais chemin de distance de Hamming d du chemin correct. Nous présenterons l'explicitation de P_d et dans le chapitre 6 nous dériverons P_d suivant les différents cas. Afin de ne pas alourdir inutilement le discours nous utiliserons l'expression "distance de Hamming d " à la place de l'expression "distance de Hamming d par rapport à la séquence correcte" lorsqu'il n'y aura pas d'ambiguïté.

P_d est la probabilité de choisir un mauvais chemin de distance de Hamming d . Cette probabilité correspond à l'évènement suivant: une séquence incorrecte i est choisie par le décodeur canal à la place de la séquence correcte. L'évènement "une séquence incorrecte de distance de Hamming d est choisie de façon préférentielle par rapport à la séquence correcte" est équivalent au fait que la métrique de la séquence i est inférieure à la métrique de la séquence correcte. Nous noterons cet évènement $D_i \leq 0$, où D_i est la différence de métrique entre la séquence i et la séquence correcte. Donc l'évènement: "une séquence incorrecte de distance de Hamming d est choisie de façon préférentielle par rapport à la séquence correcte" s'exprime mathématiquement sous la forme:

$$\bigcup_{i \in \mathcal{I}_d} (D_i \leq 0) \quad (6.4)$$

où \mathcal{I}_d représente tous les chemins de distance de Hamming d pour l'utilisateur un . Notons que la distance de Hamming peut être différente pour les autres utilisateurs. Pour obtenir P_d , nous devons trouver la probabilité de l'évènement (6.4) et la moyenner sur les différentes réalisations du canal, ceci nous donne:

$$P_d = \int_{\mathbf{H}} P \left(\bigcup_{i \in \mathcal{I}_d} (D_i \leq 0) \mid \mathbf{H} \right) p(\mathbf{H}) d\mathbf{H}$$

En utilisant la borne de l'union ($P(\bigcup_i u_i) \leq \sum_i P(u_i)$), nous obtenons alors:

$$P_d \leq \sum_{i \in \mathcal{I}_d} \int_{\mathbf{H}} P(D_i \leq 0 \mid \mathbf{H}) p(\mathbf{H}) d\mathbf{H} \quad (6.5)$$

Nous noterons alors P_i sous la forme:

$$P_i = \int_{\mathbf{H}} P(D_i \leq 0 \mid \mathbf{H}) p(\mathbf{H}) d\mathbf{H} \quad (6.6)$$

Pour continuer la dérivation de P_d , deux étapes doivent être effectuées. La première étape est de déterminer l'expression de D_i , la seconde étape est d'intégrer la probabilité $P(D_i \leq 0 \mid \mathbf{H})$ sur l'ensemble des réalisations du canal. L'expression D_i ne dépend pas du nombre d'utilisateurs et sa dérivation est proposée dans la suite de cette sous-section. L'intégration telle que présentée dans l'équation (6.5) dépend du nombre d'utilisateurs et sera le sujet du chapitre 6.

L'évènement $D_i \leq 0$ est défini comme le fait de choisir un mauvais chemin i en utilisant un détecteur au sens du maximum de vraisemblance (algorithme de Viterbi). En utilisant

l'algorithme de Viterbi, nous trouvons le chemin à travers le treillis ayant la probabilité maximale. Nommons \mathcal{C}_i l'ensemble des sous-porteuses k^1 servant à transporter les données du chemin i , $\{\mathbf{y}(k)\}_{k \in \mathcal{C}_i}$ est le signal reçu, $\{\mathbf{H}(k)\}_{k \in \mathcal{C}_i}$ sont les matrices du canal et $\{\mathbf{x}_i(k)\}_{k \in \mathcal{C}_i}$ est la séquence des bits codés correspondant au chemin i . Nous savons qu'en utilisant un algorithme de Viterbi, la séquence choisie est la séquence $\{\mathbf{x}_i(k)\}_{k \in \mathcal{C}_i}$ maximisant:

$$P \left(\{\mathbf{y}(k)\}_{(k) \in \mathcal{C}_m} \mid \{\mathbf{x}_m(k)\}_{(k) \in \mathcal{C}_m} ; \{\mathbf{H}(k)\}_{(k) \in \mathcal{C}_m} \right) \quad (6.7)$$

où la maximisation se fait sur toutes les séquences $m \in \mathcal{I}_d$ de distance de Hamming d . Du fait de l'indépendance statistique suivant k entre les différents triplets $\mathbf{x}(k)$, $\mathbf{y}(k)$ et $\mathbf{H}(k)$, maximiser l'expression (6.7) est équivalent à maximiser:

$$\sum_{(k) \in \mathcal{C}_m} \log (P_r (\mathbf{y}(k) \mid \mathbf{x}_m(k) ; \mathbf{H}(k))) \quad (6.8)$$

où \mathcal{C}_m est l'ensemble des sous-porteuses k correspondant au chemin m . Nous pouvons alors introduire le lemme suivant donnant l'expression D_i .

Lemme: 2 *En utilisant un critère du maximum de vraisemblance et en définissant D_i comme la différence de métrique entre la séquence i et la séquence correcte nous obtenons:*

$$D_i = \sum_{k \in \mathcal{C}_i} \|\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k) \mathbf{x}_i(k)\|^2 - \sum_{k \in \mathcal{C}_i} \|\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k) \mathbf{1}\|^2 \quad (6.9)$$

ou:

$$D_i = \sum_{k \in \mathcal{C}_i} \|\mathbf{y}(k) - \sum_{t=1}^{N_T} \mathbf{h}(k,t) x_i(k,t)\|^2 - \sum_{k \in \mathcal{C}_i} \|\mathbf{y}(k) - \sum_{t=1}^{N_T} \mathbf{h}(k,t) \mathbf{1}\|^2 \quad (6.10)$$

où \mathcal{C}_i est l'ensemble des sous-porteuses k correspondant au chemin i .

Preuve du lemme: Comme $D_i \leq 0$ est le fait de choisir la séquence i plutôt que la séquence de symboles tout à un, cela amène en utilisant l'équation (6.8) à:

$$\sum_{k \in \mathcal{C}_i} \log (P_r (\mathbf{y}(k) \mid \mathbf{x}_i(k) ; \mathbf{H}(k))) - \sum_{k \in \mathcal{C}_i} \log (P_r (\mathbf{y}(k) \mid \mathbf{1}; \mathbf{H}(k))) \geq 0$$

Nous savons que le bruit est gaussien et de variance σ^2 . Nous obtenons donc facilement que:

$$\log (P_r (\mathbf{y}(k) \mid \mathbf{x}_m(k) ; \mathbf{H}(k))) = -\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k) \mathbf{x}_m(k)\|^2$$

Ce qui nous permet de démontrer les formules (6.9) et (6.10).

1. En pratique, nous utiliserons plusieurs symboles OFDM (k, n) , où k est le numéro d'une de sous-porteuse du symbole OFDM n afin de pouvoir stocker un chemin long et obtenir l'indépendance entre les coefficients du canal servant à transporter les symboles. Dans notre cas, nous supposons que chaque sous-porteuse présente un coefficient de canal indépendant et que nous avons un nombre infini de sous-porteuses. Dans le cas d'un système réel, ceci est obtenu en envoyant sur plusieurs symboles OFDM et en utilisant un entrelaceur performant.

6.4 Calcul des performances pour le système complet

Le but final de ce chapitre est d'obtenir les performances de notre système en terme de la probabilité d'erreur bit. Ces performances dépendent des différents paramètres du système: code, nombre d'utilisateurs, nombre de récepteurs, type d'estimation de canal, RSB, décalage en fréquence.

La démarche utilisée pour dériver ces performances consiste à calculer P_d grâce à l'expression de D_i que nous venons d'obtenir. Nous allons pour cela mettre les D_i sous une forme d'équation quadratique où les contributions du canal et des symboles sont séparées, ce qui permet une interprétation de l'expression de P_i . Nous utiliserons ensuite l'expression de P_d et la borne de Viterbi afin de trouver l'expression de P_b .

6.4.1 Cas avec synchronisation fréquentielle parfaite

Nous allons donc dans cette première section chercher à obtenir les performances de notre système dans le cas simple sans décalage en fréquence et sans estimation de canal.

6.4.1.1 Cas mono-utilisateur

Pour trouver les performances de notre système dans le cas mono-utilisateur, nous commencerons par dériver l'expression de D_i dans le cas mono-utilisateur puis nous dérivons P_d en utilisant les articles [60, 34] qui présentent les performances d'un système de diversité de réception d avec des canaux de Rayleigh entre l'émetteur et les récepteurs.

6.4.1.1.1 Expression de D_i En repartant de l'équation (6.9) nous obtenons le théorème suivant :

Théorème: 2 *Dans le cas mono-utilisateur, la différence de métrique entre le mauvais chemin i et le chemin correct est:*

$$D_i = \Re(\mathbf{y}^\dagger \mathbf{h}) \quad (6.11)$$

où $\mathbf{h} = [\mathbf{h}(k)]_{k \in \mathcal{B}_i}$ avec $\mathbf{h}(k)$ le vecteur des coefficients du canal entre l'utilisateur et les différents récepteurs pour la sous-porteuse k , \mathcal{B}_i est l'ensemble des sous-porteuses pour lesquelles les éléments de la séquence i sont faux et $\mathbf{y} = [\mathbf{y}(k)]_{k \in \mathcal{B}_i}$.

De plus, d'un point de vue statistique D_i ne dépend pas de la séquence i mais uniquement de la taille d .

Preuve du théorème:

Commençons par rappeler l'expression D_i dans le cas mono-utilisateur:

$$D_i = \sum_{k \in \mathcal{C}_i} \|\mathbf{y}(k) - \mathbf{h}(k) x_i(k)\|^2 - \sum_{k \in \mathcal{C}_i} \|\mathbf{y}(k) - \mathbf{h}(k) 1\|^2 \quad (6.12)$$

Par définition nous savons que la séquence i est à la distance de Hamming d de la séquence transmise. Cela impose qu'il y a exactement d bits qui diffèrent entre la séquence décodée et la séquence correcte. De plus comme nous utilisons une constellation BPSK et que les symboles corrects sont 1, les symboles faux sont donc -1. Les éléments de la sommation

(6.12) pour lesquels les bits sont correctement décodés vont alors disparaître de l'expression de D_i . Si nous notons B_i l'ensemble des sous-porteuses correspondant aux bits faux nous pouvons simplifier l'expression de (6.12) ainsi:

$$D_i = \sum_{k \in \mathcal{B}_i} \|\mathbf{y}(k) + \mathbf{h}(k)\|^2 - \sum_{k \in \mathcal{B}_i} \|\mathbf{y}(k) - \mathbf{h}(k)\|^2$$

en utilisant la notation $\mathbf{h} = [\mathbf{h}(k)]_{k \in \mathcal{B}_i}$ et $\mathbf{y} = [\mathbf{y}(k)]_{k \in \mathcal{B}_i}$ nous obtenons alors la preuve du théorème:

$$D_i = \|\mathbf{y} + \mathbf{h}\|^2 - \|\mathbf{y} - \mathbf{h}\|^2 = 4\Re(\mathbf{y}^\dagger \mathbf{h})$$

Nous justifions en même temps que, en moyennant suivant toutes les réalisations du canal, D_i ne dépend que de la distance de Hamming d et non de la séquence considérée.

6.4.1.1.2 Calcul de l'expression de P_d Intégrons maintenant la probabilité de l'évènement $D_i \leq 0$ suivant les différentes réalisations du canal afin d'obtenir P_i . Du fait de l'indépendance de D_i vis à vis de la séquence émise i , la borne de l'union de l'expression de (6.5) disparaît et nous obtenons l'égalité:

$$P_d = P_i = \int_{\mathbf{h}} P(\Re(\mathbf{y}^\dagger \mathbf{h}) \leq 0 | \mathbf{h}) p(\mathbf{h}) d\mathbf{h} \quad (6.13)$$

où \mathbf{h} est un vecteur de taille dN_R de composantes de Rayleigh indépendantes.

Nous remarquons alors que l'expression (6.13) est la probabilité d'erreur d'un système de diversité dN_R . Nous nous aiderons de l'article [60] pour finir le calcul.

Dans l'expression $P(\Re(\mathbf{y}^\dagger \mathbf{h}) \leq 0 | \mathbf{h})$ le seul élément aléatoire est le bruit blanc gaussien. Nous pouvons facilement en donner l'expression:

$$P(\Re(\mathbf{y}^\dagger \mathbf{h}) \leq 0 | \mathbf{h}) = Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{\sigma^2}}\right)$$

où $E_s = E_b |\mathbf{h}|^2$ est l'énergie par bit (normalisée dans la suite à 1) multiplié par la puissance du canal et $Q(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty \exp(-y^2) dy$.

Lemme: 3 [60] *Sous l'hypothèse d'un canal de Rayleigh de diversité dN_R et d'une constellation de type BPSK nous obtenons:*

$$\begin{aligned} P_d &= \int_0^\infty Q\left(\sqrt{\frac{|\mathbf{h}|^2}{2\sigma^2}}\right) d\mathbf{h} \\ &= \left(\frac{1-\mu}{2}\right)^{dN_R} \sum_{r=0}^{dN_R-1} \binom{dN_R-1+r}{r} \left(\frac{1+\mu}{2}\right)^r \end{aligned} \quad (6.14)$$

où $\mu = \sqrt{\frac{\gamma}{1+\gamma}}$, $\gamma = \text{RSB}$.

La preuve du lemme est donnée dans [60].

6.4.1.1.3 Performances finales dans le cas avec CSI parfait En utilisant les différents résultats de cette sous-section et en particulier (6.2) et (6.14), nous obtenons une borne de la probabilité d'erreur bits à la sortie du décodeur canal:

$$P_b \leq \sum_{d=d_{\text{libre}}}^{\infty} c_d \left(\frac{1-\mu}{2} \right)^{dN_R} \sum_{r=0}^{dN_R-1} \binom{dN_R-1+r}{r} \left(\frac{1+\mu}{2} \right)^r \quad (6.15)$$

où $\mu = \sqrt{\frac{\gamma}{1+\gamma}}$, $\gamma = \frac{1}{\sigma^2}$ et d_{libre} est la distance libre du code.

Comme la probabilité d'avoir choisi une séquence erronée de longueur d décroît lorsque d augmente, nous pouvons en pratique tronquer la sommation lorsque d deviendra élevé. Par exemple, dans les simulations avec le code (5,7), on effectue la sommation jusqu'à $d = 20$.

6.4.1.2 Cas multi-utilisateurs

Nous traiterons la dérivation des performances dans le cas multi-utilisateurs en trois étapes. Premièrement, la représentation de D_i sous une forme hermitienne quadratique. Ensuite, le calcul analytique de P_i , que nous ne pouvons pas réaliser pour toutes les valeurs de i . Enfin, la mise en commun de l'ensemble de ces résultats afin d'obtenir une borne de la probabilité d'erreur.

6.4.1.2.1 Expression de D_i Repartons de l'équation (6.10):

$$D_i = \sum_{k \in \mathcal{C}_i} \left\| \mathbf{y}(k) - \sum_{t=1}^{N_T} \mathbf{h}(k, t) x_i(k, t) \right\|^2 - \sum_{k \in \mathcal{C}_i} \left\| \mathbf{y}(k) - \sum_{t=1}^{N_T} \mathbf{h}(k, t) 1 \right\|^2 \quad (6.16)$$

D_i peut se mettre sous la forme hermitienne quadratique suivante:

$$D_i = \sum_{k \in \mathcal{C}_i} \sum_{r=1}^{N_R} \mathbf{z}^\dagger(k, r) \mathbf{F}_i(k) \mathbf{z}(k, r) \quad (6.17)$$

avec $\mathbf{z}(k, r) = [y(k, r), h(k, 1, r), \dots, h(k, N_T, r)]^T$ et $\mathbf{F}_i(k)$ la matrice de rang deux définie par: $\mathbf{u}_i(k) \mathbf{u}_i^\dagger(k) - \mathbf{1}\mathbf{1}^\dagger$ où $\mathbf{u}_i(k) = [1, -x_i(k, 1), \dots, -x_i(k, N_T)]^T$ et $\mathbf{1} = [1, -1, \dots, -1]^T$. Le vecteur $\mathbf{z}(k, r)$ sera de taille $(N_T + 1) \times 1$ et la matrice $\mathbf{F}_i(k)$ de taille $(N_T + 1) \times (N_T + 1)$.

Comme les coefficients du canal dans $\mathbf{z}(k, r)$ et les données dans $\mathbf{F}_i(k)$ sont indépendantes, chaque terme de D_i est une forme hermitienne quadratique de $N_T + 1$ variables gaussiennes complexes de moyenne nulle.

Dans le cas mono-utilisateur, afin de réduire la taille de la sommation sur \mathcal{C}_i , nous utilisons le fait que la distance de Hamming entre la séquence i et la séquence correcte est de d . Donc, nous n'avons que d différences entre la séquence i et la séquence correcte. Ce faisant, nous n'avons à effectuer la sommation que sur d sous-porteuses. Cependant, dans le cas multi-utilisateurs, même si la séquence pour l'utilisateur d'intérêt est à une distance de Hamming de d , les séquences des autres utilisateurs ne sont pas forcément à la distance

de Hamming d . Ceci peut s'exprimer ainsi: pour certaines sous-porteuses, la séquence i est identique à la séquence correcte pour l'utilisateur d'intérêt, mais elle est, pour certains des autres utilisateurs, différente de la séquence correcte. Afin de simplifier la suite des calculs nous supposons que la séquence i pour un des utilisateurs interférant ne peut différer de la séquence correcte que si elle diffère déjà pour le premier utilisateur. Du fait de cette approximation, il y a exactement d sous-porteuses pour lesquelles la séquence i et la séquence émise diffèrent et donc l'équation (6.17) devient:

$$D_i \simeq \sum_{k \in \mathcal{B}_i} \sum_{r=1}^{N_R} \mathbf{z}^\dagger(k, r) \mathbf{F}_i(k) \mathbf{z}(k, r) \quad (6.18)$$

où \mathcal{B}_i est la séquence de taille d qui correspond aux sous-porteuses k où les éléments de la séquence i et de la séquence correcte diffèrent. Nous remarquons que cette approximation est plus faible que de négliger les interférences entre les utilisateurs comme nous l'avons initialement fait dans [50].

Pour calculer la probabilité P_i nous devons maintenant trouver la probabilité que D_i soit de valeur négative.

6.4.1.2.2 Calcul de l'expression de P_i Les statistiques de la forme quadratique (6.18) dépendent du ratio des deux valeurs propres de $\mathbf{R}\mathbf{F}_i(k)$ avec ($\mathbf{R} = \frac{1}{2}E(\mathbf{z}(k, r)\mathbf{z}^\dagger(k, r) | \mathbf{x}_i(k))$), ce ratio pouvant être obtenu par la formule de Bôcher [14]. Cependant, ces statistiques ne sont obtenues facilement que si $\mathbf{F}_i(k)$ est constant pour $k \in \mathcal{B}_i$. Sous cette condition, nous pouvons utiliser la proposition suivante:

Proposition 2 *En supposant que $\mathbf{F}_i(k)$ est constant pour $k \in \mathcal{B}_i$ alors,*

$$P_i = \int_{\mathbf{H}} P(D_i \leq 0 | \mathbf{H}) P(\mathbf{H}) d\mathbf{H} \simeq \frac{1}{(1 - \mu_i)^{2dN_R - 1}} \sum_{r=0}^{dN_R - 1} \binom{2dN_R - 1}{r} (-\mu_i)^r \quad (6.19)$$

avec $\mu_i = \frac{a_i\gamma + \sqrt{a_i^2\gamma^2 + 2a_i\gamma}}{a_i\gamma - \sqrt{a_i^2\gamma^2 + 2a_i\gamma}}$, $a_i = \sum_{t=1}^{N_T} (1 - x_i(t))$, $\gamma = \frac{1}{\sigma^2}$ et $i \in \mathcal{J}_d$. $x_i(t)$ est le symbole de l'utilisateur t pour le chemin i (par définition la constance de $\mathbf{F}_i(k)$ pour $k \in \mathcal{B}_i$ impose la constance de $x_i(k, t)$ par rapport à la variable $k \in \mathcal{B}_i$). \mathcal{J}_\dagger est l'ensemble des chemins de distance de Hamming d (pour le premier utilisateur) et vérifiant le fait que $\mathbf{F}_i(k)$ est constant pour tout k .

Preuve de la proposition: Introduisons $d_i(k, r) = \mathbf{z}^\dagger(k, r) \mathbf{F}_i \mathbf{z}(k, r)$ (Comme $\mathbf{F}_i(k)$ est constant pour $k \in \mathcal{B}_i$ nous n'indiquons pas la variable k .) et remarquons que sa transformée de Laplace vaut [52]:

$$\phi_i(k, r)(s) = \frac{1}{\det(\mathbf{I} + 2s\mathbf{R}\mathbf{F}_i)}$$

Comme la transformée de Laplace ne dépend ni de r ni de k et que $D_i = \sum_{k \in \mathcal{B}_i} \sum_{r=1}^{N_R} d_i(k, r)$ alors $\Phi_i(s)$ la transformée de Laplace de D_i vaut:

$$\Phi_i(s) = \left[\frac{1}{\det(\mathbf{I} + 2s\mathbf{R}\mathbf{F}_i)} \right]^{dN_R}$$

Nous pouvons alors écrire l'expression de $\Phi_i(s)$ en utilisant les M valeurs propres de $2\mathbf{R}\mathbf{F}_i$ notées $\lambda_{i,k}$ avec $k \in [1, M]$:

$$\Phi_i(s) = \left[\frac{1}{\prod_{k=1}^M (1 + s\lambda_{i,k})} \right]^{dN_R} \quad (6.20)$$

Comme $2\mathbf{R}\mathbf{F}_i$ possède uniquement deux valeurs propres notées $\lambda_{i,1}$ et $\lambda_{i,2}$ car \mathbf{F}_i est de rang 2 par définition. L'équation (6.20) se simplifie sous la forme :

$$\Phi_i(s) = \left[\frac{p_{i,1}p_{i,2}}{(s - p_{i,1})(s - p_{i,2})} \right]^{dN_R} \quad (6.21)$$

où $p_{i,1} = -1/\lambda_{i,1}$ et $p_{i,2} = -1/\lambda_{i,2}$.

En utilisant l'équation (4B.7) de la seconde édition de [40] nous obtenons:

$$P_i = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty+j\epsilon}^{\infty+j\epsilon} \frac{\Phi_i(s)}{s} ds \simeq \frac{1}{(1 - \frac{p_{i,2}}{p_{i,1}})^{2dN_R-1}} \sum_{r=0}^{dN_R-1} \binom{2dN_R-1}{r} \left(\frac{-p_{i,2}}{p_{i,1}} \right)^r$$

ϵ est une valeur positive qui est insérée dans le but de déplacer l'intervalle d'intégration de la singularité pour $s = 0$. $p_{i,1}/p_{i,2}$ est donc le ratio des deux valeurs propres de $\mathbf{R}\mathbf{F}_i$

et il peut être obtenu en utilisant la formule de Bôcher [14], $\frac{p_{i,2}}{p_{i,1}} = \frac{a_i\gamma + \sqrt{a_i^2\gamma^2 + 2a_i\gamma}}{a_i\gamma - \sqrt{a_i^2\gamma^2 + 2a_i\gamma}}$, $a_i = \sum_{t=1}^{N_T} (1 - x_i(t))$.

Dans notre cas la proposition 2 est valable sous la condition suffisante suivante: pour un chemin faux i les utilisateurs de 2 à N_T sont soit complètement faux soit complètement justes pour les sous-porteuses $k \in \mathcal{B}_i$. Comme le chemin correct est celui constitué uniquement de 1 la condition précédente impose que les symboles des séquences considérées sont, pour un utilisateur donné, constituées uniquement de 1 ou de -1. Comme certains chemins de \mathcal{I}_d ne respectent pas cette condition, nous devons restreindre la sommation de l'équation (6.5) à l'ensemble \mathcal{J}_d des chemins respectant la condition précédente. Notons que cette approximation est moins forte que celle de supprimer l'influence des interférences entre utilisateurs.

6.4.1.2.3 Performances finales avec CSI parfait En utilisant la proposition 2, qui donne la probabilité de choisir un mauvais chemin i (respectant certaines conditions) de distance de Hamming d , nous pouvons trouver un équivalent de la probabilité de choisir un mauvais chemin à la distance de Hamming d .

$$P_d \simeq \sum_{i \in \mathcal{J}_d} \frac{1}{(1 - \mu_i)^{2dN_R-1}} \sum_{r=0}^{dN_R-1} \binom{2dN_R-1}{r} (-\mu_i)^r \quad (6.22)$$

Alors, en utilisant la borne de Viterbi, nous obtenons facilement une équivalence de la probabilité d'erreur bits de la forme:

$$P_b \simeq \sum_{d=d_{free}}^{\infty} c_d \sum_{i \in \mathcal{J}_d} \frac{1}{(1 - \mu_i)^{2dN_R - 1}} \sum_{r=0}^{dN_R - 1} \binom{2dN_R - 1}{r} (-\mu_i)^r \quad (6.23)$$

avec $\mu_i = \frac{a_i \gamma + \sqrt{a_i^2 \gamma^2 + 2a_i \gamma}}{a_i \gamma - \sqrt{a_i^2 \gamma^2 + 2a_i \gamma}}$, $a_i = \sum_{t=1}^{N_T} (1 - x_i(t))$, $\gamma = \frac{1}{\sigma^2}$ et $i \in \mathcal{J}_d$. $x_i(t)$ est le symbole de l'utilisateur t pour le chemin i et que ce symbole est constant pour tous $k \in \mathcal{B}_i$ du fait de la restriction sur les chemins.

Remarquons que les performances avant le décodeur canal correspondent à l'équation (6.22) avec $d = 1$. L'équivalence des expressions des performances dans le cas mono-utilisateur et celles dans le cas multi-utilisateurs avec $N_T = 1$ est montrée dans l'annexe B.

6.4.1.3 Impact de l'estimateur de canal

Dans un système réaliste l'information sur le canal n'est pas connue au récepteur. Nous devons donc estimer les différents coefficients du canal. Pour ceci, nous utiliserons l'estimateur de canal proposé chapitre 5.

Pour commencer, nous rappellerons l'effet et la modélisation de l'estimation de canal. Ensuite nous expliciterons la perte de performances due à l'estimation du canal.

6.4.1.3.1 Modélisation de l'estimation de canal Du fait de la nature gaussienne du bruit subi par les symboles pilotes, nous pouvons modéliser le canal estimé sous la forme:

$$\hat{\mathbf{H}}(k) = \mathbf{H}(k) + \mathbf{N}(k) \quad (6.24)$$

où $\mathbf{N}(k)$ est une matrice de coefficients de bruit blanc Gaussien de moyenne nulle et de variance $\sigma^2 \frac{N_T(N_C + 1)}{N_P N_{pream}}$ où N_{pream} est le nombre de symboles pilotes utilisés pour estimer le canal.

Nous avons montré au chapitre 4 (proposition 1) que l'erreur d'estimation de canal telle que modélisée comme une variable aléatoire gaussienne dans le modèle (6.24) entraîne une dégradation du rapport signal sur bruit à la sortie de l'estimateur de symboles de la forme:

$$\hat{\text{RSB}} = \text{RSB} \left(1 + \frac{N_T(N_C + 1)}{N_P N_{pream}} \right)^{-1}$$

Intégrons maintenant les effets de l'estimation de canal sur les performances obtenues dans la section précédente.

6.4.1.3.2 Cas mono-utilisateur Nous obtenons donc dans le cas mono-utilisateur, la probabilité d'erreur de la forme:

$$P_b \leq \sum_{d=d_{free}}^{\infty} c_d \left(\frac{1 - \mu}{2} \right)^{dN_R} \sum_{l=0}^{dN_R - 1} \binom{dN_R - 1 + l}{l} \left(\frac{1 + \mu}{2} \right)^l \quad (6.25)$$

où $\mu = \sqrt{\frac{\gamma}{1 + \gamma}}$, $\gamma = \text{RSB} \left(1 + \frac{N_C + 1}{N_P N_{pream}} \right)^{-1}$.

6.4.1.3.3 Cas multi-utilisateurs Dans le cas multi-utilisateurs nous obtenons alors:

$$P_b \simeq \frac{1}{K} \sum_{d=d_{\text{free}}}^{\infty} c_d \sum_{i \in \mathcal{J}_d} \frac{1}{(1 - \mu_i)^{2dN_R - 1}} \sum_{k=0}^{dN_R - 1} \binom{2dN_R - 1}{k} (-\mu_i)^k \quad (6.26)$$

où $\mu_i = \frac{a_i \gamma + \sqrt{a_i^2 \gamma^2 + 2a_i \gamma}}{a_i \gamma - \sqrt{a_i^2 \gamma^2 + 2a_i \gamma}}$ avec $a_i = \sum_{t=1}^{N_T} (1 - x_i(t))$ et $\gamma = \text{RSB} \left(1 + \frac{N_T(N_C + 1)}{N_P N_{\text{pream}}} \right)^{-1}$.

6.4.1.4 Validation des performances par simulations

Nous allons vérifier les différents résultats suivants. Pour ce faire, nous comparons les différentes formules de performances obtenues (6.15), (6.23), (6.25) et (6.26) avec les simulations des performances. Pour ce faire nous utilisons un système de $N_P = 200$ sous-porteuses.

Nous utilisons un entrelaceur suffisamment long pour rendre les coefficients du canal des sous-porteuses transportant des symboles codés voisins indépendants entre eux. Le codeur utilisé sera un codeur convolutif de type (5,7). Les performances montrées sont obtenues soit à l'entrée soit à la sortie du décodeur canal.

Les figures 6.4, 6.5 et 6.6 présentent la très bonne adéquation entre les performances analytiques et les simulations dans le cas mono-utilisateur sans estimation de canal en sortie de décodeur canal comme en sortie de détecteur de symboles et dans le cas avec estimation de canal à la sortie du détecteur de symboles. La figure 6.7 présente le gap entre les performances analytiques et les simulations à la sortie du décodeur de canal d'un système mono-utilisateur avec estimation de canal.

Les figures 6.8 et 6.9 présentent la bonne adéquation des performances dans le cas d'un système multi-utilisateurs avec ou sans estimation de canal en sortie d'estimateur de symbole. Les figures 6.10 et 6.11 présentent les décalages entre les performances et les simulations en sortie de décodeur de canal.

Plusieurs commentaires peuvent être faits sur ces différents résultats. Le premier est que du fait des différentes approximations que nous devons faire pour dériver les calculs dans le cas multi-utilisateur en sortie de décodeur canal, nous ne pouvons pas obtenir une parfaite adéquation entre les simulations et les performances analytiques. La seconde remarque est que, même si dans certains cas les performances analytiques et les simulations présentent un décalage, la pente est identique. Nous arrivons donc à pouvoir caractériser fidèlement la diversité du système.

6.4.2 Cas avec décalages en fréquence

Nous savons que la modulation OFDM est très sensible aux décalages en fréquence, ces décalages ayant deux effets: le premier est la réduction de la puissance de la sous-porteuse d'intérêt et le second est l'introduction de l'interférence entre les différentes sous-porteuses. Nous sommes donc obligés de subir l'influence des décalages en fréquences.

Après un bref rappel de la modélisation avec les décalages en fréquence, nous présentons la dérivation des performances de notre système en utilisant le modèle précédemment explicité.

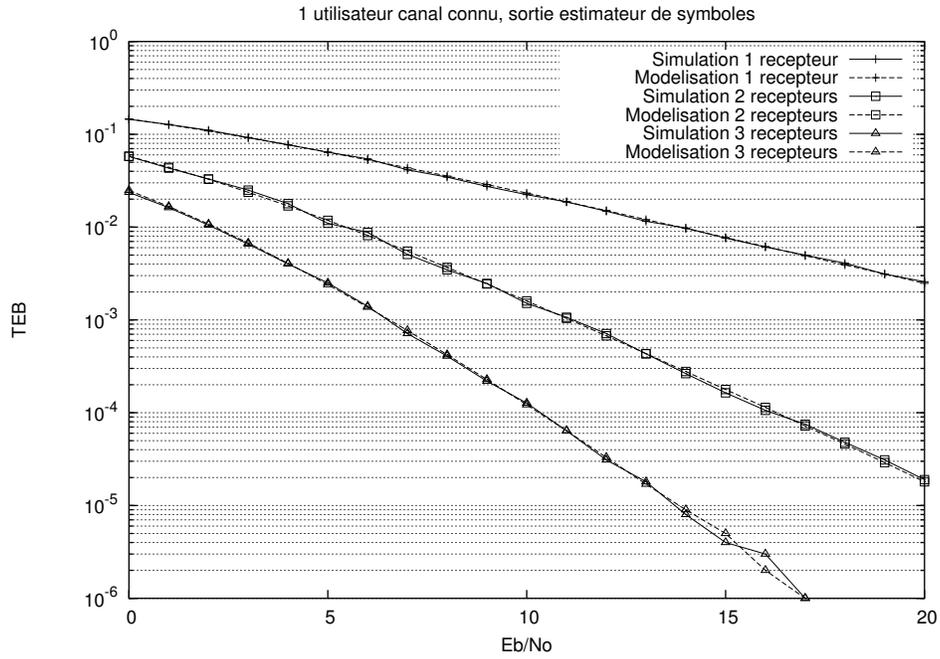


Fig. 6.4 – TEB à la sortie de détecteur de symboles, $N_T = 1$ CSI parfait, présentant l'égalité entre les performances de (6.15) et les simulations.

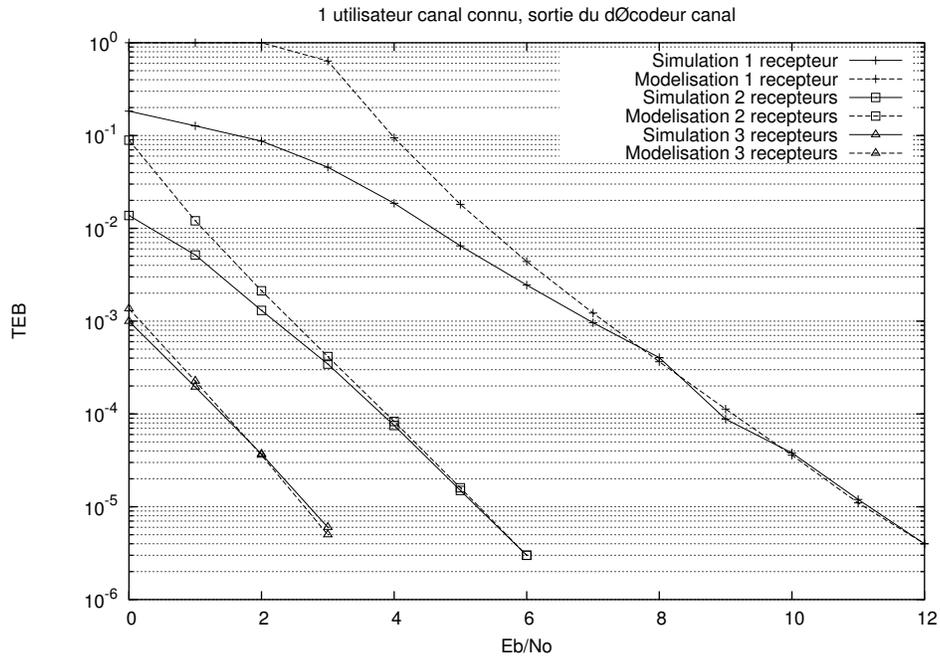


Fig. 6.5 – TEB à la sortie de décodeur de canal, $N_T = 1$ CSI parfait, présentant l'égalité entre les performances de (6.15) et les simulations.

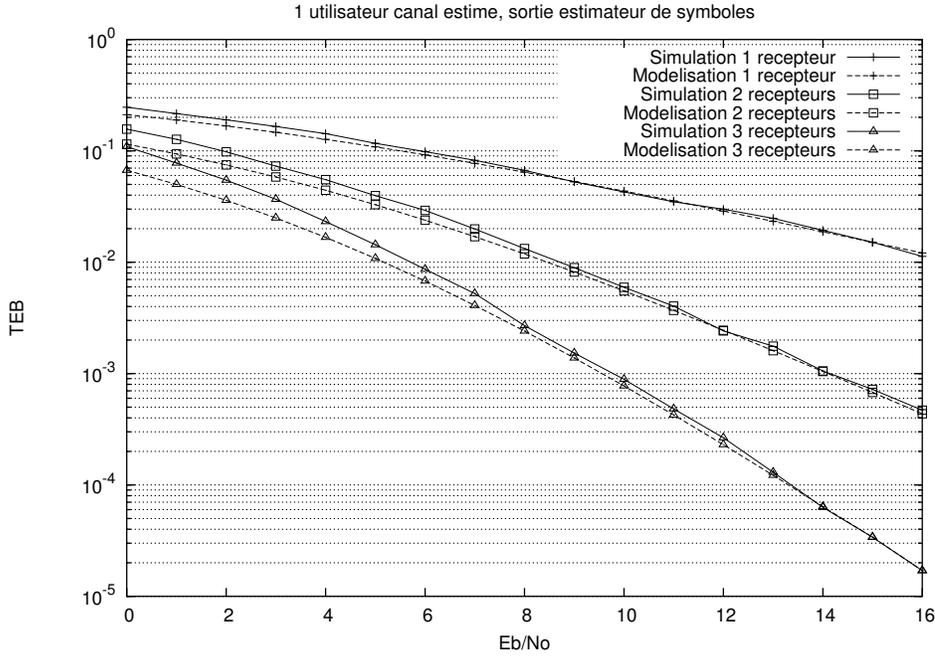


Fig. 6.6 – TEB à la sortie de détecteur de symboles, $N_T = 1$ CSI estimé, présentant l'égalité entre les performances de (6.15) et les simulations.

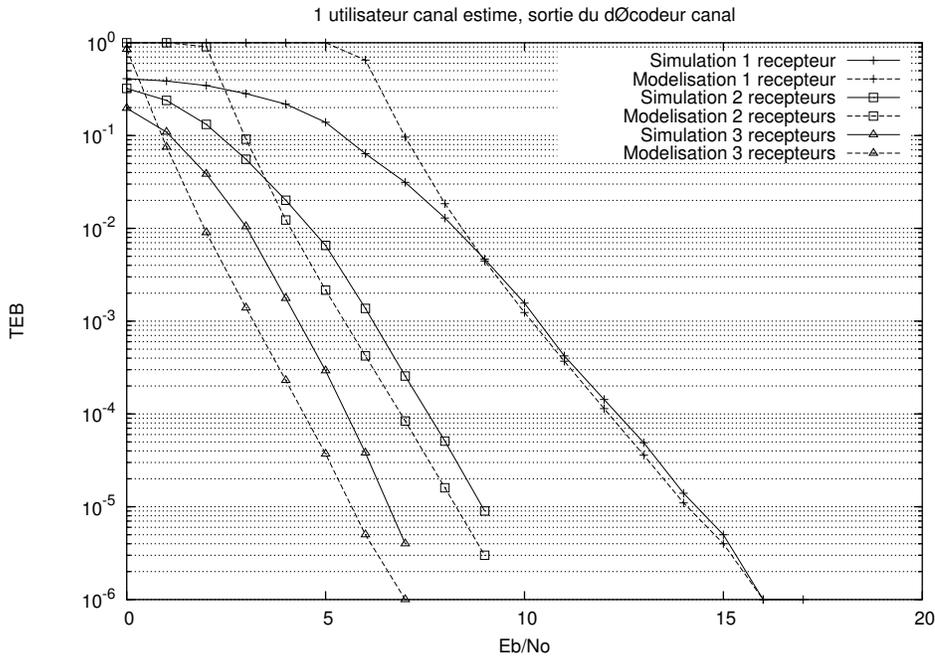


Fig. 6.7 – TEB à la sortie du décodeur de canal, $N_T = 1$ CSI estimé, présentant le gap entre les performances de (6.15) et les simulations.

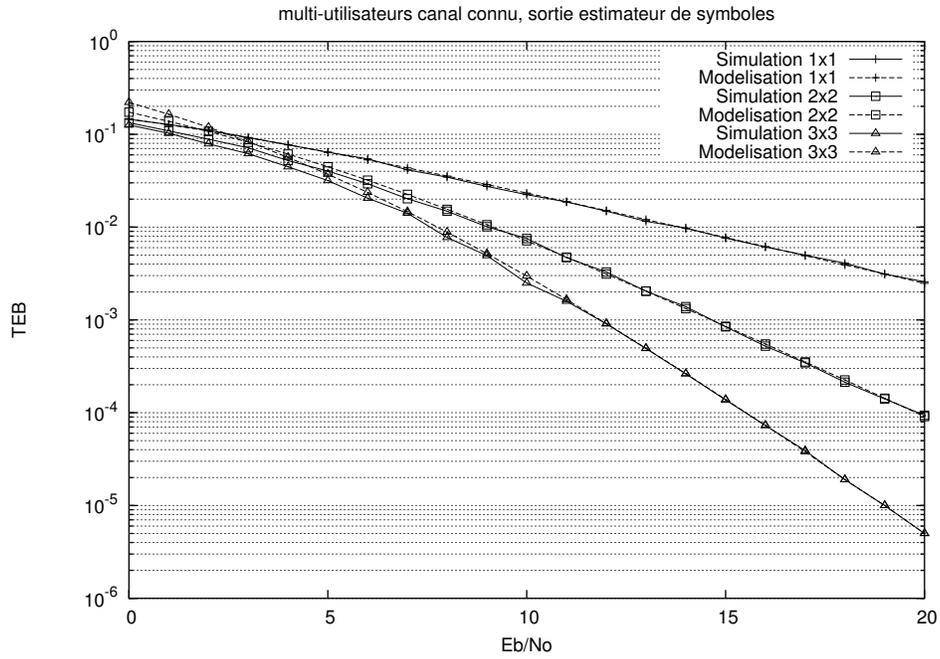


Fig. 6.8 – TEB à la sortie du décodeur de symbole, CSI parfait, présentant l'égalité entre les performances de (6.23) et les simulations.

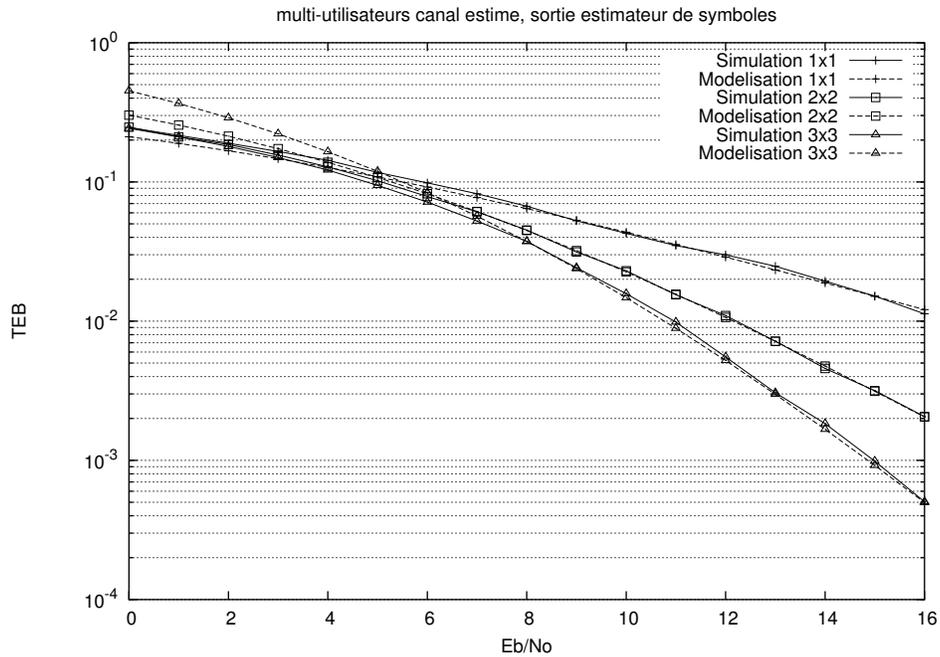


Fig. 6.9 – TEB à la sortie du décodeur de symbole, CSI estime, présentant l'égalité entre les performances de (6.23) et les simulations.

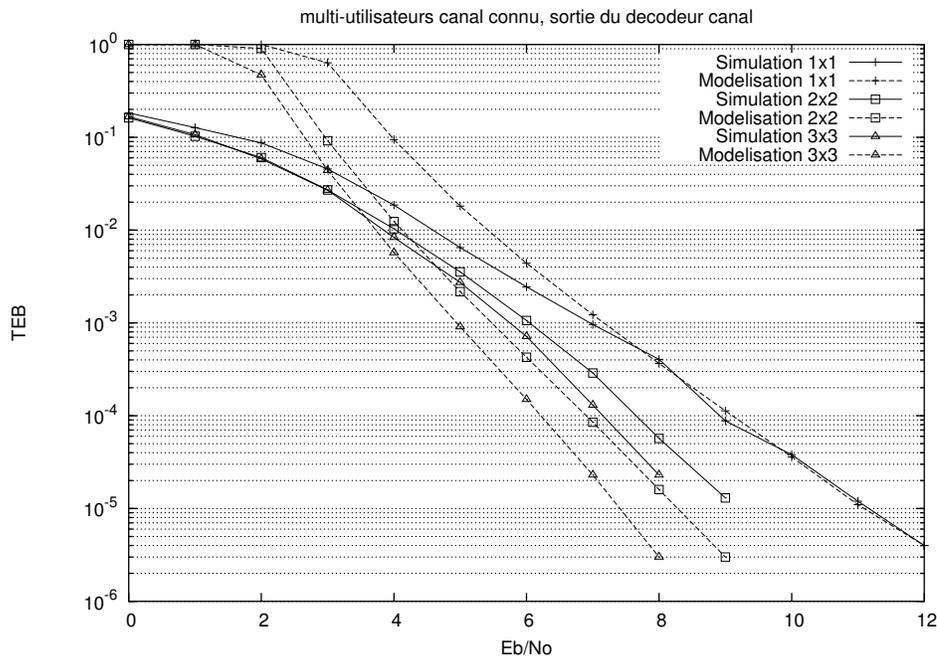


Fig. 6.10 – TEB à la sortie du décodeur canal, CSI parfait, présentant le gap entre les performances de (6.23) et les simulations.

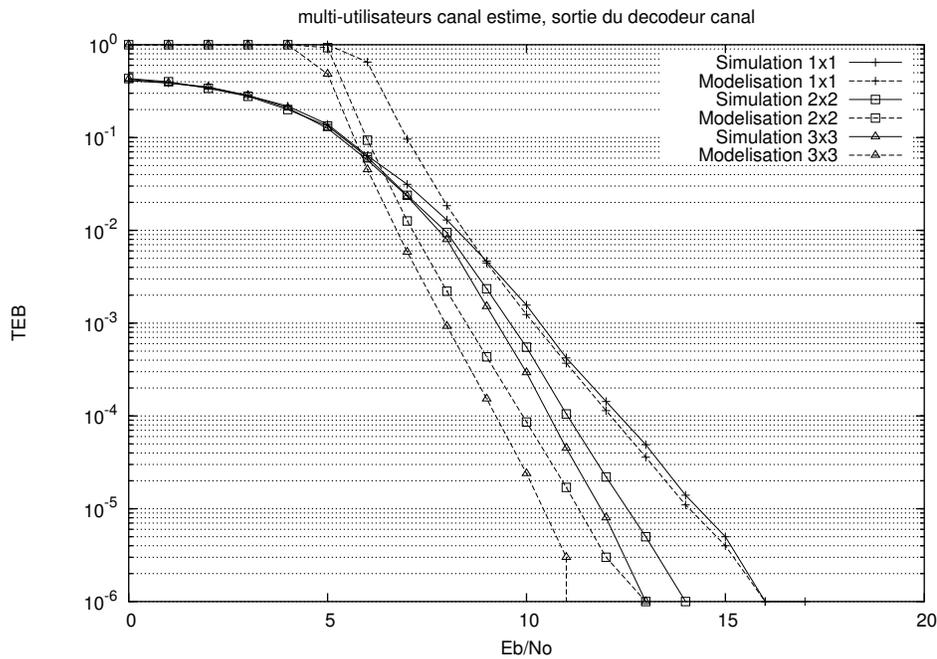


Fig. 6.11 – TEB à la sortie du décodeur canal, CSI estimé, présentant le gap entre les performances de (6.23) et les simulations.

La modélisation de l'effet des décalages en fréquence telle que définie dans le chapitre 3 est:

$$\begin{cases} \mathbf{y}(0) = \sum_{t=1}^{N_T} \alpha(t) x(0, t) \mathbf{h}(0, t) + \mathbf{b}(0) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(N_P - 1) = \sum_{t=1}^{N_T} \alpha(t) x(N_P - 1, t) \mathbf{h}(N_P - 1, t) + \mathbf{b}(N_P - 1) \end{cases} \quad (6.27)$$

où $\alpha(t) = \frac{\sin(\pi(\Delta f_t))}{\sin(\frac{\pi}{N_P}(\Delta f_t))}$ est la puissance de l'utilisateur t et $\mathbf{b}(f_r)$ est un bruit blanc gaussien de puissance $\sigma_{\text{interférence}}^2$. Nous pouvons aussi écrire le système (6.27) d'équations sous la forme d'un système de matrices:

$$\begin{cases} \mathbf{y}(0) = \sum_{t=1}^{N_T} \mathbf{H}(0) \mathbf{x}(0) + \mathbf{b}(0) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(N_P - 1) = \sum_{t=1}^{N_T} \mathbf{H}(N_P - 1) \mathbf{x}(N_P - 1) + \mathbf{b}(N_P - 1) \end{cases} \quad (6.28)$$

où dans ce cas la puissance émise par l'utilisateur t est de $\left(\frac{\sin(\pi(\Delta f_t))}{\sin(\frac{\pi}{N_P}(\Delta f_t))} \right)^2$

Le cas où nous estimons une sous-porteuse en utilisant un certain nombre de ses voisines étant trop complexe nous ne le traiterons pas.

Les différences qui apparaissent en ajoutant les effets des décalages en fréquence sont doubles: les utilisateurs n'ont plus tous la même puissance et le bruit, dû aux décalages en fréquence, est de puissance constante. Cependant, seul le premier aspect va modifier le calcul des performances par rapport à la section 6.4.1. Le second aspect affecte les performances par l'apparition d'un seuil.

Nous traiterons le calcul des performances en deux étapes, d'abord le cas mono-utilisateur puis nous complexifions notre approche pour arriver au cas multi-utilisateurs.

6.4.2.1 Cas mono-utilisateur

Dans le cas mono-utilisateur en partant de (6.27) nous avons le modèle:

$$\mathbf{y}(k) = \alpha x(k) \mathbf{h}(k) + \mathbf{b}(k)$$

Nous savons que dans ce cas la puissance du bruit vaudra $\sigma_{\text{interférence}}^2 = 1 - \alpha^2 + \sigma^2$, où $\alpha^2 = \left(\frac{\sin(\pi(\Delta f))}{\sin(\frac{\pi}{N_P}(\Delta f))} \right)^2$ est la puissance du bruit dû aux interférences et σ^2 est la puissance du bruit blanc additif gaussien. Nous allons donc pouvoir facilement réutiliser les résultats précédents et nous obtenons alors:

$$P_b \leq \sum_{d=d_{\text{free}}}^{\infty} c_d \left(\frac{1 - \mu}{2} \right)^{dN_R} \sum_{r=0}^{dN_R - 1} \binom{dN_R - 1 + r}{r} \left(\frac{1 + \mu}{2} \right)^r \quad (6.29)$$

avec $r = \sqrt{\frac{\gamma}{1 + \gamma}}$ et $\gamma = \sqrt{\frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2 + \sigma^2}}$.

6.4.2.2 Cas multi-utilisateurs

Dans le cas multi-utilisateurs nous partons de la modélisation (6.28) et nous sommes obligés de reprendre les résultats de [21] sur le ratio des valeurs propres de \mathbf{RF}_i dans une situation où les utilisateurs ne sont pas équipuissants. Nous utilisons alors la proposition suivante:

Proposition 3 *En supposant comme dans la proposition 2 que $\mathbf{F}_i(k)$ est constant pour $k \in \mathcal{B}_i$ alors,*

$$P_i \simeq \frac{1}{(1 - \mu_i)^{2dN_R - 1}} \sum_{r=0}^{dN_R - 1} \binom{2dN_R - 1}{r} (-\mu_i)^r \quad (6.30)$$

avec $\mu_i = \frac{a_i\gamma + \sqrt{b_i\gamma^2 + 2a_i\gamma}}{a_i\gamma - \sqrt{b_i\gamma^2 + 2a_i\gamma}}$, $a_i = \sum_{t=1}^{N_T} \alpha(t)^2 (1 - x_i(t))$, $b_i = 2 \sum_{s=1}^{N_T} \sum_{t=1}^{N_T} \alpha(s)^2 \alpha(t)^2 (1 - x_i(t)) + \left(\sum_{t=1}^{N_T} \alpha(t)^2 x_i(t) \right)^2 - \left(\sum_{t=1}^{N_T} \alpha(t)^2 \right)^2$, $\gamma = \frac{E_b}{\sum_{t=1}^{N_T} (1 - \alpha(t)^2) + \sigma^2}$ et $i \in \mathcal{J}_d$. \mathcal{J}_d est l'ensemble des chemins de distance de Hamming d . x_t^i est le symbole de l'utilisateur t pour le chemin i . $\alpha(t)$ est la puissance de l'utilisateur t .

Preuve de la proposition: La démonstration de la preuve de la proposition précédente est la même que la démonstration de la preuve de la proposition 2. Dans le cas d'utilisateurs avec des puissances différentes (ce qui est le cas ici à cause des décalages en fréquence), la puissance $\alpha(t)$ de l'utilisateur t apparaît dans l'expression des a_i , b_i et γ qui ne se simplifient pas autant que dans la proposition 2.

En utilisant le proposition 3 et la borne de Viterbi nous obtenons que, dans le cas avec décalage en fréquence, les performances sont obtenues par:

$$P_b \simeq \sum_{d=d_{free}}^{\infty} c_d \sum_{i \in \mathcal{J}_d} \frac{1}{(1 - \mu_i)^{2dN_R - 1}} \sum_{r=0}^{dN_R - 1} \binom{2dN_R - 1}{r} (-\mu_i)^r \quad (6.31)$$

avec $\mu_i = \frac{a_i\gamma + \sqrt{b_i\gamma^2 + 2a_i\gamma}}{a_i\gamma - \sqrt{b_i\gamma^2 + 2a_i\gamma}}$, $a_i = \sum_{t=1}^{N_T} \alpha(t)^2 (1 - x_i(t))$, $b_i = 2 \sum_{s=1}^{N_T} \sum_{t=1}^{N_T} \alpha(s)^2 \alpha(t)^2 (1 - x_i(t)) + \left(\sum_{t=1}^{N_T} \alpha(t)^2 x_i(t) \right)^2 - \left(\sum_{t=1}^{N_T} \alpha(t)^2 \right)^2$, $\gamma = \frac{E_b}{\sum_{t=1}^{N_T} (1 - \alpha(t)^2) + \sigma^2}$ et $i \in \mathcal{J}_d$. x_t^i est le symbole de l'utilisateur t pour le chemin i . $\alpha(t)$ est la puissance de l'utilisateur t et cette puissance est de $\left(\frac{\sin(\pi(\Delta f t))}{\sin(\frac{\pi}{N_P}(\Delta f t))} \right)^2$.

Nous avons donc pu obtenir les performances de notre système dans le cas d'un décalage en fréquence entre les différents utilisateurs. Notons que si nous partons des équations (6.29) et (6.31) et que nous fixons $\Delta f_t = 0 \forall t$ alors nous retrouvons les équations (6.15) et (6.23). Au vu de la formule (6.29) et (6.31) nous voyons, que du fait du terme $\alpha(t)$, γ , représentant le rapport signal sur bruit, ne tend pas vers l'infini lorsque la puissance du bruit σ tend vers zéro. Ceci provoque un plafonnement des performances.

6.4.2.3 Vérification des performances par simulations

Le contexte de simulation est identique à celui de la section 6.4.1.4, auquel on ajoute un décalage en fréquence.

Nous illustrons sur la figure 6-12 la très bonne adéquation entre les performances analytiques et les simulations d'un système mono-utilisateur/mono-capteur présentant un décalage en fréquence de 5%.

Dans le cas multi-utilisateurs, nous considérons figure 6-13 un système à deux utilisateurs et un récepteur à deux antennes. Le premier utilisateur présente un décalage de 35% et le second un décalage de 30%. Nous considérons les performances du premier utilisateur. Nous voyons alors que, du fait du décalage des performances déjà observé dans le cas sans décalage en fréquence, le plafonnement des simulations des simulations et des performances analytiques ne se fait pas au même niveau. Nous observons bien le plafonnement des performances attendu à fort rapport signal à bruit.

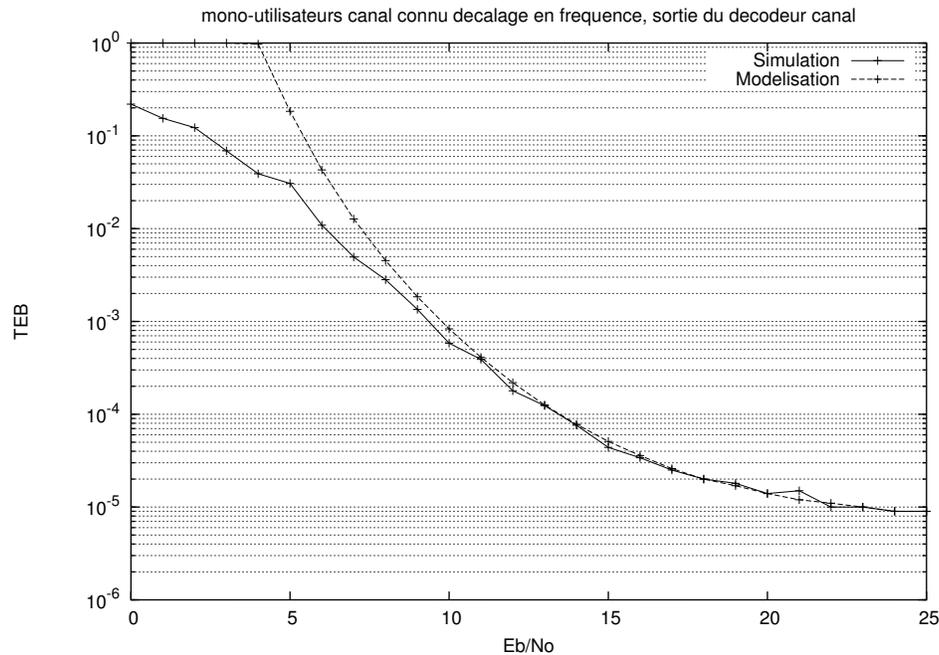


Fig. 6-12 – Illustration de la bonne adéquation entre les performances analytiques de (6.29) et les simulations pour un système mono-utilisateur avec décalage en fréquence de $\Delta f = 5\%$.

6.5 Conclusion

Nous avons donc dans ce chapitre trouvé les performances analytiques de notre système dans différentes configurations. Les performances ont été obtenues en sortie d'estimateur de symboles et de décodeur canal. Elles ont d'abord été dérivées dans un cas sans décalage en fréquence. Nous avons obtenu les performances avec et sans estimation de canal de systèmes mono-utilisateur et multi-utilisateurs. Ensuite nous avons ajouté les effets des décalages en fréquences. De la même façon nous avons considéré les performances en sortie d'estimateur de symboles et en sortie de décodeur canal. Les cas avec estimation de canal et avec connaissance parfaite du canal ont été traités. Les formules ne sont pas

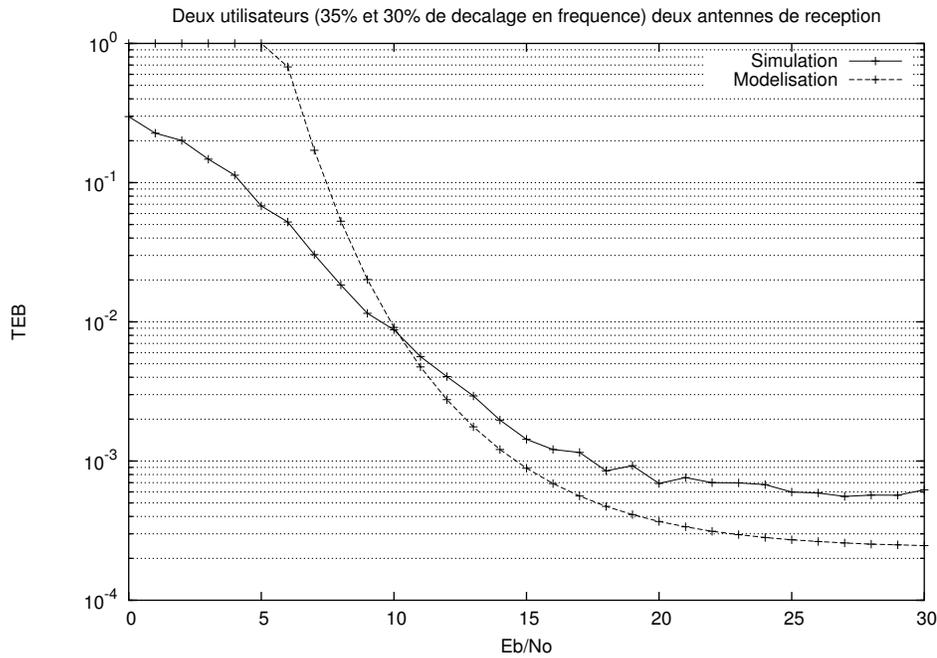


Fig. 6.13 – Gap entre les performances analytiques présentées équation (6.29) et les simulations pour un système à deux utilisateurs avec décalage en fréquence (utilisateur d’intérêt 35% et second utilisateur 30%)

simples mais permettent un gain calculatoire très important par rapport aux simulations. Afin de valider ces résultats analytiques, nous avons ensuite comparé les performances analytiques avec des simulations.

Les performances analytiques dans le cas mono-utilisateur sont très proches des simulations que ce soit avec ou sans décalage en fréquence.

Dans le cas multi-utilisateurs du fait des nombreuses approximations nous obtenons un décalage entre les performances analytiques et les simulations. Ceci provient des nombreuses approximations que nous avons du faire durant la dérivation des performances. Cependant la pente des courbes obtenues et donc la diversité est correcte, ce qui permet d’utiliser ces performances analytiques pour rapidement faire l’étude d’un système et le comparer avec d’autres systèmes.

Chapitre 7

Comparaison avec le MC-CDMA

7.1 Introduction

Nous allons dans ce chapitre comparer le système que nous avons présenté dans les chapitres précédents et le MC-CDMA. Pour faire cette comparaison nous nous basons sur les performances en terme de taux d'erreur binaire.

Le système proposé dans les chapitres précédents ne possède pas d'accès multiple orthogonal pour séparer les utilisateurs à l'émetteur mais utilise pour faire la séparation un récepteur multi-capteurs. Le MC-CDMA ajoute une orthogonalité entre les différents utilisateurs afin de pouvoir les séparer. Du fait de l'orthogonalité entre les différents utilisateurs nous n'aurons pas besoin d'un récepteur multi-capteurs. Le MC-CDMA a été introduit dans les articles [15], [67], [9], [16], [39]. Il permet d'effectuer en même temps la modulation et l'accès multiple.

Les bits de chaque utilisateur sont d'abord étalés en utilisant une séquence d'Hadamard ou de Gold. Ces bits étalés sont regroupés suivant une constellation pour former différents symboles. Ces différents symboles sont alors envoyés sur les différentes sous-porteuses d'une modulation OFDM. Pour simplifier notre étude, nous supposons que tous les utilisateurs émettent des signaux parfaitement synchronisés en temps et en fréquence. Ensuite, à la réception, nous devons commencer par égaliser/démoduler le signal, puis nous utilisons la séquence d'étalement de chaque utilisateur afin de récupérer le signal émis. Nous présentons sur la figure 7.1 un système MC-CDMA complet.

7.2 Comment comparer?

Nous devons faire attention à la façon dont nous comparons nos deux systèmes. En effet, trois paramètres doivent être pris en compte. Le premier est le débit¹ émis par le système défini en terme de bit/s/Hz², le second est le taux d'erreur binaire et le troisième est la complexité du système (nous ne considérons que la complexité liée au codeur canal). Il

1. Ne pas confondre avec la capacité qui est le débit maximum auquel peut transmettre le système sans erreurs.

2. Pour ce ramener aux notations d'un système OFDM nous parlons de bit/symbole OFDM/sous-porteuse.

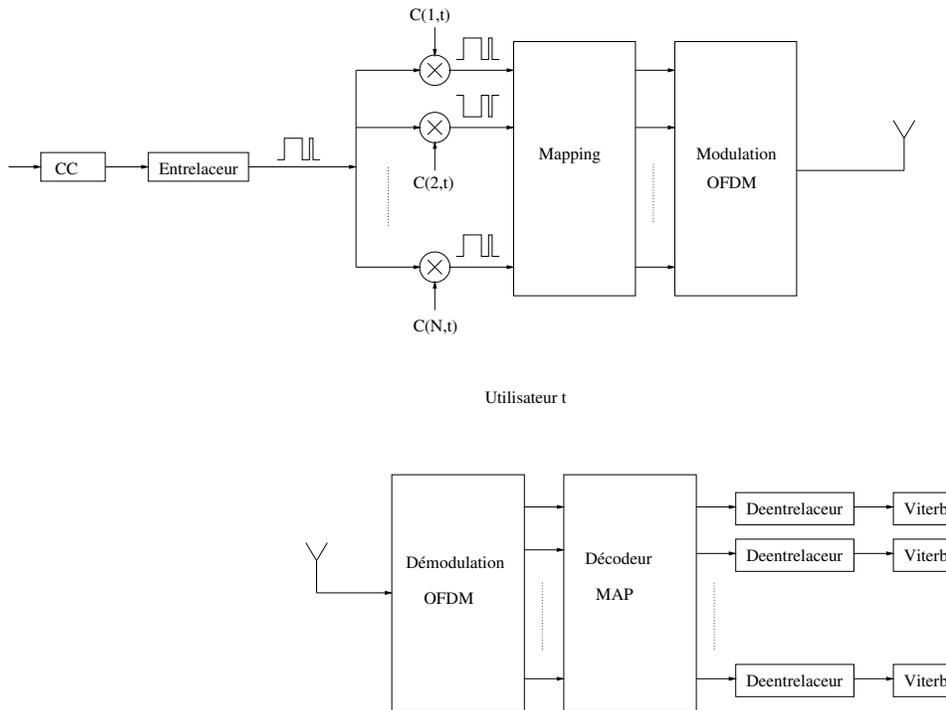


Fig. 7-1 – Système MC-CDMA

faut prendre garde à ne pas faire varier tous ces paramètres en même temps, ou du moins avec vigilance.

Afin de garder un débit constant, nous choisissons les conventions suivantes. Dans les deux cas nous utilisons une modulation OFDM de N sous-porteuses. Notre système multi-utilisateurs possède un récepteur contenant N antennes de réception alors que le MC-CDMA possède lui une seule antenne de réception (Il utilise la séquence d'étalement pour séparer les différents utilisateurs). Nous supposons que N est une puissance de deux ($N = 2^k$). Dans le cas du MC-CDMA l'étalement de chaque bits se fait sur N bits suivant une séquence de Hadamard ces séquences orthogonales les unes aux autres sont différentes pour chaque utilisateur. Nous utilisons une constellation à 2^N états qui nous permettra d'envoyer N bits étalés par symbole. Dans le cas du système multi-utilisateurs OFDM nous avons N utilisateurs utilisant une modulation BPSK.

Dans les deux cas nous avons alors un débit, de N bit/symbole OFDM/sous-porteuse (Ce débit étant considéré pour les bits codés). Le codage correcteur est un codage convolutif indépendant pour chaque utilisateur et identique dans les deux cas.

	N_P	N_R	N_T	bits/sous-porteuse	Débit (bit/symbole OFDM/sous-porteuse)
Multi-utilisateur OFDM	N	N	N	1	N
MC-CDMA	N	1	N	N	N

Grâce à ce choix nous pouvons faire une juste comparaison entre les performances de du système multi-utilisateurs OFDM à débit égal à celui du MC-CDMA. Nous allons maintenant modéliser le MC-CDMA afin d'en comprendre les performances. Cependant du fait

de la grande complexité du système lorsque N augmente nous nous arrêtons à $N = 2$. La matrice de Hadamard est de la forme:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

Les deux colonnes correspondent respectivement à la séquence d'étalement du premier utilisateur et du second utilisateur. Nous traitons ensemble deux bits à envoyer. Nous obtenons alors par utilisateur après étalement quatre bits à envoyer. Ces quatre bits sont envoyés sur deux sous-porteuses différentes. Nous envoyons par sous-porteuse un bit en phase et un bit en quadrature. Nous devons faire attention au fait de ne pas envoyer les deux bits étalés d'un même bit utile sur la même sous-porteuse. Chaque utilisateur envoyant alors les deux symboles ainsi créés sur une paire de sous-porteuses, cette paire de sous-porteuses étant identique pour les deux utilisateurs. Dans le cas où nous aurions plus de deux sous-porteuses nous pourrions regrouper les sous-porteuses par paire et refaire la même procédure pour chaque paire de sous-porteuses.

7.3 Modélisation du système

Afin d'amener le modèle de manière la plus naturelle possible, nous traitons la modulation indépendamment pour chaque utilisateur puis nous présentons la modélisation de l'envoi des deux utilisateurs simultanément. Commençons donc par expliciter en fonction des deux bits utiles la valeur des bits étalés. Pour le premier utilisateur nous avons:

$$\begin{bmatrix} b(1,1) \\ b(1,2) \\ b(1,3) \\ b(1,4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(1,1) \\ x(1,2) \end{bmatrix}$$

Dans le cas du second utilisateur la modélisation de l'étalement peut se mettre sous la forme:

$$\begin{bmatrix} b(2,1) \\ b(2,2) \\ b(2,3) \\ b(2,4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(2,1) \\ x(2,2) \end{bmatrix}$$

Dans les deux cas $x(t,k)$, valant ± 1 , sont les bits à émettre et $b(t,k)$, valant aussi ± 1 , sont les bits étalés.

Nous allons maintenant ajouter la mise sur constellation. Comme nous sommes en présence d'une modulation de type QPSK nous pouvons modéliser la mise sur constellation par une opération linéaire. Nous veillons à ne pas mettre sur la même sous-porteuse les deux bits étalés provenant du même bit utile. Nous allons donc modéliser la mise sur constellation de la façon suivante:

$$\begin{bmatrix} c(1,1) \\ c(1,2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \exp i\frac{\pi}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \exp i\frac{\pi}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b(1,1) \\ b(1,2) \\ b(1,3) \\ b(1,4) \end{bmatrix}$$

Notons que la mise sur constellation du second utilisateur ce fait de la même façon. Si maintenant nous combinons les effets de l'étalement et de la mise sur constellation nous obtenons, pour le premier utilisateur, une expression de la forme:

$$\begin{bmatrix} c(1,1) \\ c(1,2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \exp i\frac{\pi}{2} \\ 1 & \exp i\frac{\pi}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(1,1) \\ x(1,2) \end{bmatrix}$$

et pour le second utilisateur:

$$\begin{bmatrix} c(2,1) \\ c(2,2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \exp i\frac{\pi}{2} \\ -1 & -\exp i\frac{\pi}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(2,1) \\ x(2,2) \end{bmatrix}$$

Ajoutons maintenant l'effet du canal. Nous savons que les deux symboles de chaque utilisateur sont émis sur deux sous-porteuses différentes. La modélisation en ne considérant l'effet que du premier utilisateur sera de la forme:

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(1,1) & 0 \\ 0 & h(1,2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c(1,1) \\ c(1,2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(1,1) & h(1,1) \exp i\frac{\pi}{2} \\ h(1,2) & h(1,2) \exp i\frac{\pi}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(1,1) \\ x(1,2) \end{bmatrix}$$

où $y(k)$ est le signal reçu sur la sous-porteuse k . En ne considérant que l'effet du second utilisateur nous obtenons une formulation du même type;

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(2,1) & 0 \\ 0 & h(2,2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c(2,1) \\ c(2,2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(2,1) & h(2,1) \exp i\frac{\pi}{2} \\ -h(2,2) & -h(2,2) \exp i\frac{\pi}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(2,1) \\ x(2,2) \end{bmatrix}$$

avec $h(t,k)$ suivant une loi de Rayleigh et correspondant au coefficient du canal entre l'utilisateur t et l'antenne de réception pour la sous-porteuse k . Si maintenant nous sommions l'effet des deux utilisateurs nous obtenons la formulation suivante.

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(1,1) & h(1,1) \exp i\frac{\pi}{2} & h(2,1) & h(2,1) \exp i\frac{\pi}{2} \\ h(1,2) & h(1,2) \exp i\frac{\pi}{2} & -h(2,2) & -h(2,2) \exp i\frac{\pi}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(1,1) \\ x(1,2) \\ x(2,1) \\ x(2,2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b(1) \\ b(2) \end{bmatrix}$$

Comme $h(2,2)$ suit une distribution de Rayleigh, $-h(2,2)$ suit également la même distribution. Le modèle précédant est, en moyennant suivant toutes les réalisations du canal équivalent à:

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(1,1) & h(1,1) \exp i\frac{\pi}{2} & h(2,1) & h(2,1) \exp i\frac{\pi}{2} \\ h(1,2) & h(1,2) \exp i\frac{\pi}{2} & h(2,2) & h(2,2) \exp i\frac{\pi}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(1,1) \\ x(1,2) \\ x(2,1) \\ x(2,2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b(1) \\ b(2) \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

Pour garder une puissance émise constante nous devons dans le cas du MC-CDMA du fait de l'utilisation d'une constellation de type QPSK, diviser la puissance émise par deux. Ceci nous amène à une puissance équivalente à celle d'un système avec quatre émetteurs. Les coefficients du bruit sont indépendants et de puissance σ^2 .

Nous aurons une taille de système de 4×2 . Cependant remarquons que du fait de la multiplication par $\exp i\frac{\pi}{2}$ les colonnes 1 et 2 ainsi que les colonnes 3 et 4 sont dépendantes. Nous pouvons donc rapprocher cette modélisation d'un système à deux couples d'utilisateurs. Les deux couples étant indépendant l'un de l'autre.

7.4 Simulations

Nous allons donc comparer le système étudié durant toute la thèse avec le MC-CDMA. Nous comparons les performances en sortie de décodeur canal et nous utilisons un codage convolutif (5,7). Les différents paramètres utilisés durant la simulation sont les suivants.

	N_P	N_R	N_T	Constellation	Débit (bit/symbole OFDM/sous-porteuse)
Multi-utilisateur OFDM	2	2	2	BPSK	2
MC-CDMA 1 capteur	2	1	2	QPSK	2
MC-CDMA 2 capteurs	2	2	2	QPSK	2

Nous voyons alors figure 7-2 la comparaison entre le système présenté dans les chapitres précédents et du MC-CDMA avec un et deux récepteurs. Nous voyons que les performances sont bien plus faibles pour le MC-CDMA avec un seul récepteur que pour notre système. Si on ajoute une antenne de réception au MC-CDMA, les performances sont légèrement supérieures à celle du système multi-utilisateurs/multi-capteurs OFDM. Ceci s'explique par la meilleure utilisation de la diversité d'émission et de réception du MC-CDMA. Cependant, cette augmentation des performances se paie au prix d'une complexité supérieure.

7.5 Conclusion

Nous voyons que le cas d'une séquence d'étalement de deux, le système multi-utilisateurs OFDM présente de nombreux avantages sur le MC-CDMA. Le premier avantage est que le système multi-utilisateurs/multi-capteurs OFDM offre des performances supérieures au MC-CDMA. Il est aussi beaucoup plus simple à installer dans la norme Hiperlan/2 car il ne requiert pas de modifications en profondeur de la norme. De plus, le multi-utilisateurs OFDM présente une réception beaucoup plus simple. En effet là où le multi-utilisateur OFDM demande l'étude exhaustive de seulement 4 séquences possibles, le MC-CDMA demande quant à lui l'étude de 16 séquences possibles. Pour que le MC-CDMA soit compétitif en terme de performances, il faut lui rajouter de la diversité en réception ce qui revient à combiner la diversité à l'émission et à la réception, au prix d'une complexité accrue.

Cependant en règle générale la séquence d'étalement est beaucoup plus longue (50 symboles) dans ce cas les performances et la complexité du MC-CDMA augmentent considérablement.

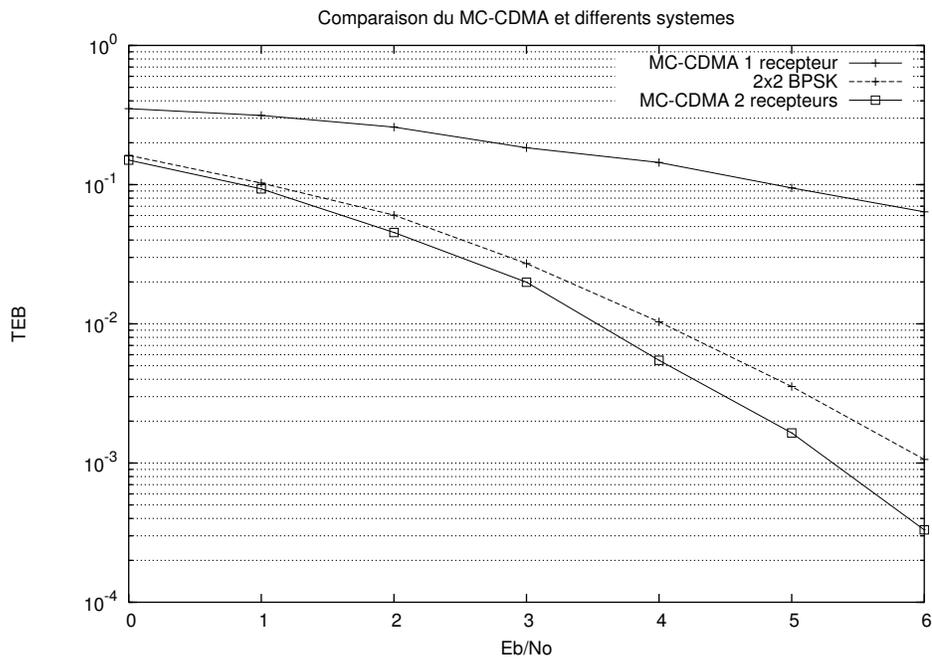


Fig. 7.2 – Illustration de la bonne adéquation entre les performances analytiques de (6.29) et les simulations pour un système mono-utilisateur avec décalage en fréquence

Les différents résultats obtenus sont valables pour un faible nombre d'utilisateurs (ceci est lié au MAP utilisé pour faire la détection conjointe). Si nous augmentons le nombre d'utilisateurs, nous changeons le nombre et le type des récepteurs et les résultats sont à revoir.

Chapitre 8

Conclusion et perspectives

8.1 Conclusion

Durant cette thèse, nous avons cherché à caractériser le fonctionnement complet d'un système multi-utilisateurs OFDM codé dans le contexte applicatif d'une transmission urbaine ou intérieure utilisant la norme Hiperlan/2. Nous nous sommes intéressés aux différentes parties d'une chaîne de transmission : le codage canal, l'estimation des coefficients du canal, l'estimation des symboles émis, la détection des bits utiles par le biais du décodage canal. Nous avons ensuite calculé les performances analytiques de notre système et nous avons comparé le multi-utilisateurs OFDM avec le MC-CDMA.

Dans un premier temps, nous avons présenté une modélisation de notre système. Cette modélisation se faisant dans le cas où les oscillateurs locaux des différents émetteurs sont parfaitement synchronisés entre eux et avec celui du récepteur. Ensuite nous avons étendu le résultat au cas plus réaliste où les différents émetteurs présentent un décalage fréquentiel avec le récepteur. Cette modélisation matricielle des effets de la modulation/démodulation OFDM et du canal nous permettant alors d'étudier les différentes parties de la chaîne de transmission et de réception.

Utilisant la modélisation précédente, nous avons commencé par présenter une méthode d'estimation de canal dans un cas multi-utilisateurs. Nous avons dérivé les dégradations provoquées par cet estimateur de canal et nous avons validé l'expression théorique de la dégradation des performances en utilisant des simulations. Nous avons ensuite proposé un estimateur conjoint de la réponse du canal et des décalages en fréquence. La dégradation due à l'estimation des paramètres devient négligable devant l'effet des décalages en fréquences à fort rapport signal sur bruit.

Utilisant ces différents paramètres de propagation, nous avons présenté différents estimateurs de symboles: le MMSE, le DFE et le MAP. Ce dernier est le plus complexe mais offre les meilleures performances. En effet il permet de passer le maximum d'information entre l'estimateur de symboles et le décodeur canal. Il permet donc d'obtenir la diversité maximale. Comme nous travaillons avec un faible nombre d'utilisateurs, la complexité du MAP reste à un niveau raisonnable. De plus, le MAP permet d'obtenir une borne sur les performances à laquelle on pourra comparer des schémas avec des détecteurs sous-optimaux. Nous avons donc choisi d'utiliser l'estimateur de symboles MAP dans la suite de notre

étude. Le dernier bloc étudié est celui de codage/décodage canal. Nous avons présenté le code convolutif et sa méthode de décodage basée sur le maximum de vraisemblance (l'algorithme de Viterbi). Ce code correcteur d'erreurs est celui utilisé dans la norme Hiperlan/2 et offre l'avantage de pouvoir être étudié facilement de manière analytique.

Ensuite, nous avons dérivé les performances analytiques du système multi-utilisateurs OFDM en présence de décalages en fréquence et de l'estimation de canal précédemment décrite. Le but du calcul de ces performances est de réduire le temps nécessaire pour effectuer les simulations. Nous avons obtenu des performances analytiques offrant une très bonne précision avec les simulations dans le cas mono-utilisateur. Dans le cas multi-utilisateurs, ces performances présentent un léger écart avec les simulations. Cependant, dans tous les cas, les pentes obtenues par les performances analytiques sont équivalentes à celles des simulations. Ceci nous indique que nous obtenons de façon précise la diversité du système. Le gain apporté par rapport aux simulations exhaustives est important car il permet de facilement effectuer le paramétrage de tels systèmes grâce à la réduction du temps de simulation.

Enfin nous avons, dans un dernier chapitre, comparé le système multi-utilisateurs multi-capteurs OFDM avec le MC-CDMA. Le MC-CDMA repose sur une orthogonalité entre les différents utilisateurs, et permet donc de séparer les utilisateurs sans utiliser un récepteur multi-antennes. Les performances du MC-CDMA sont nettement moins bonnes que celle du multi-utilisateurs OFDM. Elles présentent en particulier une diversité (pente de la simulation) moins importante. Si nous souhaitons améliorer les performances du MC-CDMA nous devons utiliser un récepteur multi-antennes. Cependant l'utilisation de ce type de récepteur a pour effet d'augmenter la complexité du système.

Nous avons aussi pu montrer les avantages apportés par un système OFDM multi-utilisateurs. Comparativement à un système avec un accès multi-utilisateurs orthogonal et récepteur mono-antenne. Nous avons mis en avant deux gains. Le premier est l'augmentation du débit utile. Le second gain est l'augmentation des performances du système en termes de taux d'erreur binaire. Cette augmentation se présente sous la forme d'un gain en rapport signal sur bruit ainsi que d'un gain en diversité représenté par l'augmentation de la pente de la courbe du taux d'erreur binaire fonction du rapport signal sur bruit.

8.2 Perspectives

Plusieurs axes de recherche peuvent être adaptés pour continuer les travaux effectués durant cette thèse.

En premier lieu, nous pouvons tenter d'améliorer la justesse des performances obtenues, en particulier dans le cas multi-utilisateurs et dans le cas de fort rapport signal sur bruit où nous sommes toujours en présence d'un écart entre les simulations et les performances analytiques.

Nous pouvons aussi essayer d'obtenir les performances d'un récepteur plus complexe. Par exemple nous pouvons dériver les performances de notre système en utilisant un décodeur itératif. Nous pourrions pour le faire partir des travaux de [13]. Dans ces travaux l'auteur utilise la même méthode de calcul mais ne l'applique pas au cas multi-utilisateurs ni au cas des décalages en fréquence.

Enfin nous pouvons chercher les performances de notre système en ajoutant de l'adaptation de puissance entre les utilisateurs. Cette adaptation se faisant dans le but de maximiser le débit total des utilisateurs présents dans une cellule. Nous nous retrouverions dans le cas d'utilisateurs de puissances non égales, ce qui ressemble au cas du calcul des performances avec décalages en fréquence.

Annexe A

Construction de l'estimateur MMSE

A.1 Introduction

Nous allons chercher dans cette partie à construire un estimateur basé sur la minimisation de l'erreur quadratique moyenne (MMSE). Pour effectuer cette construction nous commençons par étudier le cas où le paramètre à estimer est déterministe. Ensuite après avoir vu l'impossibilité de trouver un estimateur au sens du MMSE dans le cas d'un signal déterministe nous utilisons une hypothèse probabiliste sur le signal à estimer afin de trouver l'estimateur au sens du MMSE. Pour commencer nous traitons le problème de la définition d'un signal probabiliste et d'un signal déterministe. Pour effectuer cette construction nous utilisons le livre [28].

A.2 Développement mathématique

Nous allons donc estimer \mathbf{x} à partir d'une observation \mathbf{y} , sachant que nous avons connaissance de la densité de probabilité de \mathbf{x} . Pour ce faire, nous allons chercher la valeur minimisant l'erreur quadratique moyenne :

$$\text{Bmse}(\hat{\mathbf{x}}) = \int \int (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})^2 p(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \, d\mathbf{x} d\mathbf{y} \quad (\text{A.1})$$

L'expression A.1 présente deux sommations. Une sur le signal reçu et une sur les valeurs que peuvent prendre les estimées. En utilisant la règle de Bayes ($p(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = p(\mathbf{x}|\mathbf{y})p(\mathbf{y})$), nous obtenons alors :

$$\begin{aligned} \text{Bmse}(\hat{\mathbf{x}}) &= \int \int (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})^2 p(\mathbf{x}|\mathbf{y}) p(\mathbf{y}) \, d\mathbf{x} d\mathbf{y} \\ &= \int \left(\int (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})^2 p(\mathbf{x}|\mathbf{y}) \, d\mathbf{x} \right) p(\mathbf{y}) \, d\mathbf{y} \end{aligned}$$

Comme $p(\mathbf{x})$ est positif, minimiser le Bmse revient à minimiser l'intégrale entre parenthèses. L'estimateur que nous cherchons sera celui qui annule la dérivée suivante :

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\hat{\mathbf{x}}} \int (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})^2 p(\mathbf{x}|\mathbf{y}) d\mathbf{x} &= \int -2(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) p(\mathbf{x}|\mathbf{y}) d\mathbf{x} \\ &= -2 \int \mathbf{x} p(\mathbf{x}|\mathbf{y}) d\mathbf{x} + 2\hat{\mathbf{x}} \int p(\mathbf{x}|\mathbf{y}) d\mathbf{x} \end{aligned}$$

En sachant que cette dérivée doit être nulle nous obtenons alors:

$$\hat{\mathbf{x}} = \int \mathbf{x} p(\mathbf{x}|\mathbf{y}) d\mathbf{x} \quad (\text{A.2})$$

Afin de trouver l'expression de $p(\mathbf{x}|\mathbf{y})$ nous utiliserons la règle de Bayes; $p(\mathbf{x}|\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}|\mathbf{x})p(\mathbf{x})}{\int p(\mathbf{y}|\mathbf{x})p(\mathbf{x})d\mathbf{x}}$.

Nous voyons alors que l'expression de l'estimée dépendra de la valeur a priori de la valeur à estimer.

A.3 Application au cas linéaire

Il nous reste maintenant à dériver l'expression de l'estimateur, (A.2). Pour ce faire nous allons nous placer dans le cas nous intéressant, celui d'un système linéaire Gaussien. Commençons par rappeler le système utilisé :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{b}$$

Où \mathbf{H} est une matrice déterministe, \mathbf{x} est le vecteur de paramètres à estimer, \mathbf{y} est le signal reçu et \mathbf{b} est un vecteur de bruit blanc Gaussien. Les vecteurs \mathbf{x} et \mathbf{b} sont deux vecteurs Gaussien indépendants de distribution respective $\mathcal{N}(\mu_{\mathbf{x}}, \mathbf{C}_{\mathbf{x}})$ et $\mathcal{N}(0, \mathbf{C}_{\mathbf{b}})$.

Comme vu précédemment, nous devons alors chercher à obtenir la moyenne de $p(\mathbf{x}|\mathbf{y})$. Cette expression est alors de la forme:

$$E(\mathbf{x}|\mathbf{y}) = \mu_{\mathbf{x}} + \mathbf{C}_{\mathbf{x}}\mathbf{H}^\dagger (\mathbf{H}\mathbf{C}_{\mathbf{x}}\mathbf{H}^\dagger + \mathbf{C}_{\mathbf{b}})^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mu_{\mathbf{x}})$$

La variance de cette estimateur sera donc:

$$\mathbf{C}_{\mathbf{x}|\mathbf{y}} = \mathbf{C}_{\mathbf{x}} - \mathbf{C}_{\mathbf{x}}\mathbf{H}^\dagger (\mathbf{H}\mathbf{C}_{\mathbf{x}}\mathbf{H}^\dagger + \mathbf{C}_{\mathbf{b}})^{-1} \mathbf{H}\mathbf{C}_{\mathbf{x}}$$

Nous voyons que comparativement au cas général (non bayésien), nous ne cherchons pas à avoir l'inversibilité de $\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger$ mais de $\mathbf{H}\mathbf{C}_{\mathbf{x}}\mathbf{H}^\dagger + \mathbf{C}_{\mathbf{b}}$.

A.4 Conclusion

Nous devons maintenant estimer les valeurs émises. L'inférence de Gaussianité des différentes valeurs \mathbf{x} n'est pas vérifiée. Nous allons malgré tout considérer cette inférence comme valable, ce qui va nous permettre alors de trouver une estimation des symboles émis. Ensuite, nous appliquons directement cet estimateur à notre situation. Nous supposons donc que $\mathbf{x} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ ceci nous donne un estimateur de la forme:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{H}^\dagger (\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger + \mathbf{I})^{-1} \mathbf{y}$$

ou sinon

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{H}^\dagger \mathbf{H} + \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^\dagger \mathbf{y}$$

L'estimateur ainsi obtenu est, en moyennant sur toutes les réalisations de \mathbf{x} et \mathbf{y} , celui minimisant l'erreur quadratique entre l'estimée et la valeur à estimer.

Annexe B

Equivalence des performances multi-utilisateur et mono-utilisateur

Dans cette annexe nous allons prouver que les performances dans le cas mono-utilisateur (6.15) et les performances dans le cas multi-utilisateurs (6.23) (en fixant $N_T = 1$) sont équivalents.

Nous notons l'expression de la probabilité bit dans le cas mono-utilisateur sous la forme:

$$P_b^S = \sum_{d=d_{free}}^{\infty} c_d \left(\frac{1 - \mu^S}{2} \right)^{dN_R} \sum_{r=0}^{dN_R-1} \binom{dN_R - 1 + r}{r} \left(\frac{1 + \mu^S}{2} \right)^r$$

Dans le cas multi-utilisateurs en fixant le nombre d'utilisateurs à 1 nous pouvons supprimer la sommation sur \mathcal{I}_d dans l'équation (6.15). Nous notons alors l'expression de la probabilité d'erreur par bit:

$$P_b^M = \sum_{d=d_{free}}^{\infty} c_d \frac{1}{(1 - \mu^M)^{2dN_R-1}} \sum_{r=0}^{dN_R-1} \binom{2dN_R - 1}{r} (-\mu^M)^r$$

Où $\mu^S = \sqrt{\frac{\gamma}{1+\gamma}}$ et $\mu^M = \frac{1+\sqrt{1+\gamma^{-1}}}{1-\sqrt{1+\gamma^{-1}}}$.

Nous noterons le terme d de la sommation sous la forme:

$$P_d^S(N_R) = \left(\frac{1 - \mu^S}{2} \right)^{dN_R} \sum_{r=0}^{dN_R-1} \binom{dN_R - 1 + r}{r} \left(\frac{1 + \mu^S}{2} \right)^r$$

et

$$P_d^M(N_R) = \frac{1}{(1 - \mu^M)^{2dN_R-1}} \sum_{r=0}^{dN_R-1} \binom{2dN_R - 1}{r} (-\mu^M)^r$$

Et nous cherchons alors à prouver l'égalité suivante:

$$P_d^S(N_R) = P_d^M(N_R) \quad \forall N_R \in N \quad \forall d \in [d_{libre}, \infty]$$

Nous effectuons cette démonstration en se basant sur une récurrence suivant le nombre de récepteurs N_R .

De façon directe nous démontrons que pour $N_R = 1$:

$$P_d^S(1) = P_d^M(1)$$

Afin d'utiliser un raisonnement par récurrence nous montrons que si $P_d^S(N_R) = P_d^M(N_R)$ alors $P_d^S(N_R + 1) = P_d^M(N_R + 1)$.

$$\begin{aligned} P_d^S(N_R + 1) &= \left(\frac{1 - \mu^S}{2}\right)^{N_R+1} \sum_{r=0}^{N_R} \binom{N_R + r}{r} \left(\frac{1 + \mu^S}{2}\right)^r \\ &= \left(\frac{1 - \mu^S}{2}\right)^{N_R+1} \sum_{r=1}^{N_R} \binom{N_R + r}{r} \left(\frac{1 + \mu^S}{2}\right)^r + \left(\frac{1 - \mu^S}{2}\right)^{N_R+1} \end{aligned}$$

Comme $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$ nous obtenons:

$$\begin{aligned} P_d^S(N_R + 1) &= \left(\frac{1 - \mu^S}{2}\right)^{N_R+1} \left(\sum_{r=1}^{N_R} \binom{N_R - 1 + r}{r} \left(\frac{1 + \mu^S}{2}\right)^r + \sum_{r=1}^{N_R} \binom{N_R - 1 + r}{r-1} \left(\frac{1 + \mu^S}{2}\right)^r \right) + \left(\frac{1 - \mu^S}{2}\right)^{N_R+1} \end{aligned}$$

Après une étape calculatoire nous arrivons à:

$$P_d^S(N_R + 1) = P_d^S(N_R) + \left(\binom{2N_R - 1}{N_R} - \binom{2N_R}{N_R} \left(\frac{1 + \mu^S}{2}\right) \right) \left(\frac{1 + \mu^S}{2}\right)^{N_R} \left(\frac{1 - \mu^S}{2}\right)^{N_R} \quad (\text{B.1})$$

De la même manière, nous obtenons alors une formulation de P_d^M :

$$P_d^M(N_R + 1) = P_d^M(N_R) + \frac{1}{(1 - \mu^M)^{2N_R+1}} \left(\binom{2N_R - 1}{N_R} (-\mu^M)^{N_R} - \binom{2N_R - 1}{N_R - 1} (-\mu^M)^{N_R+1} \right) \quad (\text{B.2})$$

En utilisant l'hypothèse de récurrence ($P_d^S(N_R) = P_d^M(N_R)$) et le fait que $\frac{1 - \mu^S}{2} = \frac{1}{1 - \mu^M}$, $\frac{1 + \mu^S}{2} = -\frac{\mu^M}{1 - \mu^M}$ et $-\mu^M = \frac{1 - \mu^S}{1 + \mu^S}$ nous pouvons écrire:

$$P_d^S(N_R + 1) = P_d^M(N_R + 1)$$

Résumé des conditions d'utilisation de la récurrence: Nous savons que $\forall d$:

- $P_d^S(1) = P_d^M(1)$.
- Si $P_d^S(N_R) = P_d^M(N_R)$ alors $P_d^S(N_R + 1) = P_d^M(N_R + 1)$.

Nous avons donc prouvé par récurrence que:

$$P_d^S(N_R) = P_d^M(N_R)$$

et

$$P_b^S(N_R) = P_b^M(N_R)$$

Ce faisant nous avons donc montré que les bornes dans le cas mono-utilisateur et multi-utilisateurs avec le nombre d'utilisateurs fixé à 1 sont équivalentes.

Bibliographie

- [1] M. Alard and R. Lasalle. Principles of modulation and channel coding for digital broadcasting for mobile receivers. *EBU Review - Technical*, pages pages 168–190, Aout 1987.
- [2] John A. C. Bingham. Multicarrier modulation for data transmission: An idea whose time has come. *IEEE Communications Magazine*, pages pages 5–14, May 1990.
- [3] Helmut Bölcskei, Moritz Borgmann, and Arogyaswami J. Paulraj. Performance of space-frequency coded broadband ofdm under real-world propagation conditions. In *proceeding of EUSPICO*, 2002.
- [4] Martin Bossert. *Channel coding for telecommunication*. Wiley, 1999.
- [5] James K. Cavers. *Modile channel characteristics*. Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [6] Robert W. Chang. Synthesis of band-limited orthogonal signals for multichannel data transmission. *Bell System Technical Journal*, Volume 40(4):pages 1775–1796, 1966.
- [7] Marc Chenu-Tournier, Reza Hoshyar, Adrien Renoult, S. Fazel, Inbar Fijalkow, and R. Tafazolli. Performance of turbo joint detection for multi-user ofdm transmissions including channel estimation. In *proceeding of IST*, June 2004.
- [8] Marc Chenu-Tournier and Philippe Larzabal. A cooperative maximum likelihood mimo channel estimator. *IEEE Stastical Signal Processing*, pages pages 301–304, 2001.
- [9] A. Chouly, A. Bahai, and K. Anvari. Orthogonal multicarrier techniques applied to direct sequence spread spectrum cdma systems. In *IEEE Global Telecommunications Conference*, pages pages 1723–1728, 1993.
- [10] ETSI comité de normalisation. Broadband radio access networks (bran); high performance radio local area networks (hiperlan) type 2; system overview. EN 300 401, 1995-1997.
- [11] ETSI comité de normalisation. Radio broadcasting systems, digital adio broadcasting (dab) to mobile, portable and fixed reeivers. EN 300 401, 1995-1997.
- [12] ETSI comité de normalisation. Digital video broadcating (dvb); framing structure, channel coding and modulation for digital terrestrial television. EN 300 744 V1.5.1, 2004.
- [13] A. Dejonge, X. Jaspar, X. Wautelet, and L. Vandendorpe. Assessing the performance of turbo-equalized bit-interleaved turbo-coded modulation. In *SCVT*, Novembre 2004.
- [14] P. DeRusso, R. Roy, and C. Close. *State variables for engineers*. Wiley, 1965.

- [15] K. Fazel and L. Papke. On the performance of convolutionally-coded cdma/ofdm for mobile communication systems. In *IEEE PIMRC Yokohama Japan*, pages pages 468–472, 1993.
- [16] K. Fazel and L. Papke. On multi-carrier code division multiple access (mc-cdma) modem design. In *IEEE VTC*, pages pages 1670–1674, 1994.
- [17] Gerard J. Foschini and M.J.Gans. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas. *Wireless Personal Communications*, 6:pages 311–334, 1998.
- [18] Robert G. Gallager. *Information theory and reliable communication*. Wiley, 1968.
- [19] G. H. Golub and C. F. V. Loan. *Matrix computations*. John Hopkins University Press, 1996.
- [20] Alexei Gorokhov. On the performance of the viterbi equalizer in the presence of channel estimation errors. *IEEE Signal Processing letters*, Volume 5(12):Pages 321–324, December 1998.
- [21] Stephen J. Grant and James K. Cavers. Further analytical on the joint detection of cochannel signals using diversity arrays. *IEEE Transactions on Communications*, Volume 48(11):Pages 1788–1792, November 2000.
- [22] J. Hagenauer. Viterbi decoding of convolutional codes for fading and burst channels. In *proceedings of the Zurich Seminar on Digital Communications IEEE*, pages Pages G2.1,G2.7, 1980.
- [23] L. Hanzo, M. Munster, B.J.Choi, and T. Keller. *OFDM and MC-CDMA for broadband multi-user communications, WLANs and broadcasting*. Wiley, 2003.
- [24] L. Hanzo, T.H.Liew, and B.L.Yeap. *Turbo coding, turbo equalisation and space-time coding for transmission over fading channels*. John Wiley Sons, 2002.
- [25] J.-F. Héland, J.-Y. Baudais, and J. Citerne. Linear mmse detection technique for mc-cdma. *IEE Electronics Letters*, pages pages 665–666, Mars 2000.
- [26] P. Hoeher and P. Robertson. Two-dimensional pilot-symbol-aided channel estimation by wiener filtering. In *ICASSP*, pages pages 1845–1848, Avril 1997.
- [27] David G. Forney JR. The viterbi algorithm. In *proceedings of the IEEE*, March 1973.
- [28] Steven M Kay. *Fundamentals of statistical signal processing estimation theory*. PH PTR, 1993.
- [29] Xavier Lagrange, Philippe Godlewski, and Sami Tabbane. *Reseaux GSM-DCS*. Hermès Sciences, 2000.
- [30] Y. Li. Pilot-symbol-aided channel estimation for ofdm in wireless systems. *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, Vol. 49:pages 1207–1215, Juillet 2000.
- [31] Ye Li. Simplified channel estimation for ofdm systems with multiple transmit antennas. *IEEE Transaction on Wireless Communications*, Vol. 1(1):Pages 67–75, January 2002.
- [32] Ye Li, Leonard Cimini, and Nelson Sollenberger. Robust channel estimation for ofdm systems with rapid dispersive fadings channels. *IEEE Transaction on Communications*, Volume 46(7):Pages 902–915, July 1998.

-
- [33] Ye Li, Nambirajan Seshadri, and Sirikiat Ariyavisitakul. Channel estimation for ofdm systems with transmission diversity in mobile wireless channels. *IEEE Journal on Selected Area on Communication*, Volume 17(3):pages 461–471, Mars 1999.
- [34] Fuyun Ling. Matched filter-bound for time-discrete multipath rayleigh fading channels. *IEEE Transactions on Communications*, Volume 43(2/3/4):pages 710–713, February/March/April 1995.
- [35] Paul H. Moose. A technique for orthogonal frequency division multiplexing frequency offset correction. *IEEE Transaction on Communications*, Volume 42(10):Pages 2908–2914, October 1994.
- [36] Bertrand Muquet and Marc de Courville. Blind and semi-blind channel identification methods using second order statistics for ofdm systems. In *ICASSP*, pages pages 2745–2748, Mars 1999.
- [37] Richard Van Nee and Ramjee Prasad. *OFDM for wireless multimedia communications*. Artech House Publishers, 2000.
- [38] Athanasios Papoulis. *Probability random variables and stochastic processes*. Mc Graw Hill, 1965.
- [39] R. Prasad and S. Hara. Overview of multicarrier cdma. *IEEE Communications Magazine*, pages pages 126–133, Decembre 1997.
- [40] John G. Proakis. *Digital communications*. McGraw-Hill international editions, 1995.
- [41] Guy Pujolle. *Les réseaux*. Eyrolles, 2000.
- [42] Adrien Renoult, Marc Chenu-Tournier, and Inbar Fijalkow. Multi-user detection for ofdm transmission in presence of frequency impairments: channel estimation and performance. In *proceeding of 2nd COST 273 Workshop on Broadband Wireless Local Access*, pages Pages 8/1, 8/5, May 2003.
- [43] Adrien Renoult, Marc Chenu-Tournier, and Inbar Fijalkow. Multi-user transmissions for ofdm: channel estimation and performances. In *MCSS-Proceedings*, september 2003.
- [44] Adrien Renoult, Marc Chenu-Tournier, and Inbar Fijalkow. Influence et correction des interférences dues aux décalages en fréquence sur les transmissions ofdm dans un système multi-utilisateurs. In *proceeding of GRETSI*, volume 1, page Pages 97, Septembre 2003.
- [45] Adrien Renoult, Marc Chenu-Tournier, and Inbar Fijalkow. Performances de récepteurs multi-utilisateurs dans un système ofdm avec synchronisation et estimation de canal. In *proceeding of GRETSI*, volume 2, page 179, Septembre 2003.
- [46] Adrien Renoult, Inbar Fijalkow, and Marc Chenu-Tournier. Analytical performance of a frequency offset multi-user multi-array system. In *MCSS*, 2005.
- [47] Adrien Renoult, Inbar Fijalkow, and Marc Chenu-Tournier. On the performance of a coded ofdm multi-user system without orthogonal access. *submitted to IEEE Transaction on Signal Processing*, 2005.
- [48] Adrien Renoult, Inbar Fijalkow, and Marc Chenu-Tournier. Teb de système ofdm codé multi-utilisateurs. In *GRETSI*, 2005.

- [49] Adrien Renoult, Inbar Fijalkow, and Marc Chenu-Tournier. On the performance of multi-transmitter coded ofdm systems. In *11th symposium on communications and vehicular technology*, November 2004.
- [50] Adrien Renoult, Charly Poulliat, Marc Chenu-Tournier, and Inbar Fijalkow. On the performance of a multi-user multi-array cofdm system. In *proceeding of IEEE SPAWC*, July 2004.
- [51] H. Sari, Y. Levy, and G. Karam. An analysis of orthogonal frequency-division multiple access. In *IEEE Global Telecommunications Conference*, pages pages 1635–1639, 1997.
- [52] M. Schwartz, W. Bennet, and S. Stein. *Communications systems and techniques*. McGraw-Hill, 1966.
- [53] Noura Sellami, Inbar Fijalkow, and Sylvie Perreau. Performance analysis of a list-type equaliser over estimated mimo frequency selective channels. In *proceeding of EUSIPCO*, 2002.
- [54] Claude E. Shannon and Warren Weaver. *The mathematical theory of communication*. University of Illinois Press, 1963.
- [55] Philippe Loubaton (sous la direction de). *Signal et télécoms*. Hermes science, 2004.
- [56] sous la direction de Xavier Lagrange. *Principes et évolutions de l'UMTS*. Hermes Science Publications, 2005.
- [57] I. E. Telatar. Capacity of multi-antenna gaussian channels. *Europe Transaction on Telecommunication*, Volume 10(6):pages 585–596, November-December 1999.
- [58] Jan-Jaan van de Beek, Magnus Sandell, and Per Ola Börjesson. ML estimation of time and frequency offset in ofdm systems. *IEEE Transactions on sigal processing*, Vol. 45(7):pages 1800–1805, Juillet 1997.
- [59] Jan-Jaap van de Beek, Per Ola Börjesson, Marie-Laure Boucheret, Daniel Landström, Julia Martinez, Per Ödling, Christer Östberg, Mattias Wahlqvist, and Sarah Kate Wilson. A time and frequency synchronisation scheme for multiuser ofdm. *IEEE Journal on selected areas in communications*, Vol. 17(11):pages 1900–1914, Novembre 1999.
- [60] Raphael Visoz and Elie Bejjani. Matched filter bound for multichannel diversity over frequency-selective rayleigh-fading mobile channels. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Volume 49(5):pages 1832–1845, September 2000.
- [61] Andrew J. Viterbi. Error bounds for convolutional codes and an asymptotically optimum decoding algorithm. *IEEE Transactions on information theory*, Volume 13(2):Pages 260–269, Avril 1967.
- [62] Andrew J. Viterbi. Convolutional codes and their performance in communication system. *IEEE Transactions on communications technology*, Volume 19(5):Pages 751–772, October 1971.
- [63] Andrew J. Viterbi and J.K.Omura. *Principles of digital communication*. Addison-Wesley, 1979.
- [64] Andrew J. Viterbi and J.K.Omura. *Principes des communications numériques*. Dunod, 1982.

- [65] Frederick W. Vook and Timothy A. Thomas. Mmse multi-user channel estimation for broadband wireless communications. In *proceeding of Globecom*, volume Volume 1, pages pages 470–474, 2001.
- [66] S. B. Weinstein and P. M. Elbert. Data transmission by frequency division using the discret fourier transform. *IEEE transactions on communications*, Volume 19(5):pages 628–634, Octobre 1971.
- [67] N. Yee, J.-P. Linnartz, and G. Fettweis. Multi-carrier cdma for indoor wireless radio networks. In *IEEE PIMRC Yokohama Japan*, pages pages 109–113, 1993.

Document révisé le 13 décembre 2005

Analyse des performances d'un système multi-utilisateurs OFDM codé sans accès orthogonal

Cette thèse porte sur la conception et l'étude des performances d'un système multi-utilisateurs multi-porteuses (OFDM) codé. Nous cherchons des performances analytiques pour paramétrer et analyser ces systèmes très longs à simuler.

Nous utilisons une détection multi-utilisateurs en réception afin d'augmenter le débit du système et la résistance aux erreurs. Comme nous considérons un faible nombre d'utilisateurs (max. 4), nous utilisons une détection optimale des symboles basée sur le maximum a posteriori (MAP). Nous décrivons une méthode d'estimation de canal multi-utilisateurs optimale et son impact sur la détection.

De plus, nous tenons compte de l'effet des décalages en fréquences entre utilisateurs qui sont souvent négligés. En effet, ceux-ci, en détruisant l'orthogonalité entre les sous-porteuses, dégradent les performances du système.

A fort rapport signal sur bruit et dans un cas mono-utilisateur, les performances analytiques trouvées reflètent parfaitement les simulations. Dans le cas multi-utilisateurs les performances analytiques présentent un décalage avec les simulations, mais cependant elles reflètent correctement la diversité du système à fort rapport signal sur bruit.

Nous montrons que notre système offre un gain de diversité par rapport aux systèmes mono-utilisateur et dans certains cas avec une autre méthode d'accès multiple plus couramment utilisée le MC-CDMA.

Performance analysis of multi-user coded OFDM system without orthogonal access

This thesis is about the design and the derivation of the analytical performance of a multi-user multi-carrier (OFDM) coded system. We derive the analytical performance to shorten the simulation time.

We use a multi-user detector to increase the rate and the error protection of the system. To obtain the best performance and thanks to the limited number of users (max 4) we will use an optimal maximum likelihood decoder (MAP). We describe an optimal multi-user channel estimator and its impact on the system's performance

We take into account the frequency impairments between users. This frequency impairment are generally neglected and result in a loss of orthogonality between the sub-carriers which decreases the system's performance.

At high signal to noise ratio and for a single user the analytical performance fit the simulations. In the multi-user case there is a gap between the analytical performance and the simulations however they present the correct slope then the correct diversity of the system.

We highlight that our system increase the rate and the diversity compared to the single user system and in some case with the MC-CDMA.